નવી ભૂમિતિ.

ભાગ ૧ લો.

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક.

A NEW GEOMETRY.

For Gujarati Schools.

PART 1.

BY

GULABBHAI RAGHUNATHJI NAIK, B. A., S. T. C. D.

(BOMBAY EDUCATIONAL DEPARTMENT)

AUTHOR OF "GEOMETRY FOR GUJ SCHOOLS, PART I BOOK I," AND JOINT AUTHOR OF "JUNIOR ARITHMETIC," "PRIMARY ARITHMETIC, PART I" &c.

FIRST EDITION-1914.

(Price Twelve annas.)

Published by the Author

G. R. Naik, B. A. at Desai Pol, Surat

Printed by

Mr. Matubhai Bhaidas at the Khubchand Amichand's "Jain Printing Press," Khapatia Chakla, Surat

નવી ભૂમિતિ.

(ગુજરાતી નિશાળો માટે.]

ભાગ ૧ લો.

લેખક

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક, બી. એ., એસ. ટી. સી. ડી.

[મુંબઈ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક.]

"ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ લા"ના કર્તા, અને "જ્યુનીઅર અંકગણિત"
તથા "પ્રાથમિક અંકગણિત, ભાગ ૧ લા'ના સંયુક્ત કર્તા.

પ્રથમ આવૃત્તિ. ૧૯૧૪.

(કીંમત બાર આના.)

પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧ છઠ્ઠા ધોરણ માટે,

કર્તવ્ય ભાગ-પહેલા ખંડમાંથી પાના ૧ થી ૮૦/૧૮ એટલે § ૧ થી § ૯ ના (ञ) સુધી.

પ્રમેય ભાગ-બીજા ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૩

૨ સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યૂલર ફાઈનલ પરીક્ષા માટે.

કર્તવ્ય ભાગ-પહેલો ખંડ આખો.

સિદ્ધ ભાગ-બીજા ખંડ તથા ત્રીજા ખંડ આખા. અને તેમાંના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૨ ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે.

આખું પુસ્તક-સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

Examination Standards.

I Standard VI–Pages 1 to 80/18 in Section I, i e. § 1 to § 9(N), and Theorems 1 to 13 in Section II.

II. Standard VII & Vernacular Final Examination.

Section I complete, and all Theorems and Constructions in Sections II and III with easy questions on them.

III. Training College First Year Class.

The whole book (with all questions.)

`૪ ૮૦`

પ્રસ્તાવના.

આ પુસ્તકના પ્રાયોગિક ભાગમાં સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિના પ્રાયોગિક ભાગ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામાં આવી છે. જો કે પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરંતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણેની ગોઠવણ કરવામાં આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઈ કોઇ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમાં છપાવવાની મેં હિમ્મત કરી છે. મહેરબાન ડિરેકટર ઓફ પબ્લિક ઈન્સ્ટ્રક્શન સાહેબ તરફથી આ પુસ્તક મંજુર કરી શાળાઓમાં ચલાવવાની મને પરવાનગી આપવામાં આવશે, તો ઘણી ખુશીથી હું વેચવાને માટે આ પુસ્તક બજારમાં મુકીશ. હાલમાં થોડીએક નકલો મંજુર કરાવવાને ખાતરજ મિત્રમંડળ અને સત્તાધિકારીઓને ભેટ તરીકે આપવાને માટે છપાવી મેં બહાર પાડી છે.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમાં આપવામાં આવી છે; તે પણ ઘણે અંશે મરાઠી પુસ્તકમાંથીજ અનુકરણ કરી લીધી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે

કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે. મારા "ભૂમિતિ ભાગ ૧ લા"ના બીજા અને ત્રીજા ખંડો, ઘણે ભાગે મરાઠી પુસ્તક પ્રમાણેજ હોવાથી હાલમાં તે ખંડો મેં આ પુસ્તકમાં, એમને એમજ લીધા છે.

મરાઠી પુસ્તક પ્રમાણેનાજ કયા કયા અભ્યાસક્રમ આ પુસ્તકમાં શીખવાના છે તે પણ બતાવવામાં આવ્યું છે.

જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણાજ ઉપકાર સહિત હું સ્વીકારીશ.

ગવર્નમેન્ટ હાઇ સ્કૂલ,
સુરત, મે સને ૧૯૧૪.

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક

અનુક્રમણિકા.

શુદ્ધિ પત્ર

પાનુ,	લીટી,	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ
૧૨૭,	૧૫,	इलड,	बइलड
૧૩૨,	છેડેથી ૨૭,	Δઓનો,	∠ઓનો.
૧૩૫,	છેડેથી ૮ મી	∠अबक,	∠अकब
૧૩૭,	પ્રસ્ન ૧૬,	૧ ∠,	૧ L.
૧૩૯,	૧,	∠ઓ,	બહુકોણના ∠ઓ.
૧૪૩,	૭,	कफ,	क, फ.
૧૪૪,	છેલ્લી,	अड-डइ,	अड=डइ.
૧૫૨,	૪,	वक,	बक.
૧૫૪,	૧૦,	∠डइफ,	∠इडफ.

પાનુ,	લીટી,	અશુદ્ધ,	શુદ્ધ.
૧૬૫,	૩,	<∠बकड,	>∠बकड.
૧૭૦,	૨,	अम,	अब.
૧૮૦,	૮,	२ मड,	२ गड.
૧૯૨,	૧૨,	अबक,	बअक.
૧૯૪,	૮,	अ'अ',	क'अ'.
૧૯૬,	૧૬,	बअक,	अ'कब'.
૧૯૭,	છેડેથી ૪,	अ,	क.
૨૦૬,	૬,	मव=पम,	पव=पभ,
૨૧૩,	૧ લી આકૃતિ		अफबकडइअ વાંચો.

નવી ભૂમિતિ. ભાગ ૧ લો.

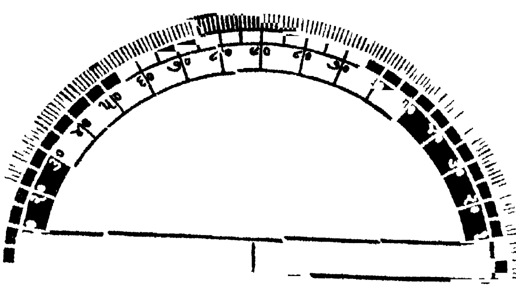
પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

અ. ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સામાન્ય સૂચના.

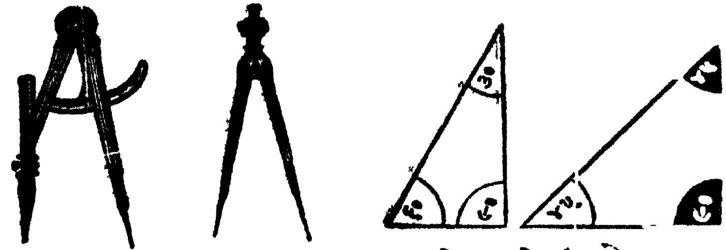
ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઇએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમાં તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથે જ તાલીમ મળવી જોઇએ. ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરુદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંત રૂપ છે.

આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમાં જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે, તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ ધર્મ અનુમાન દ્વારા કે પ્રયોગદ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવાની જરૂર છે.

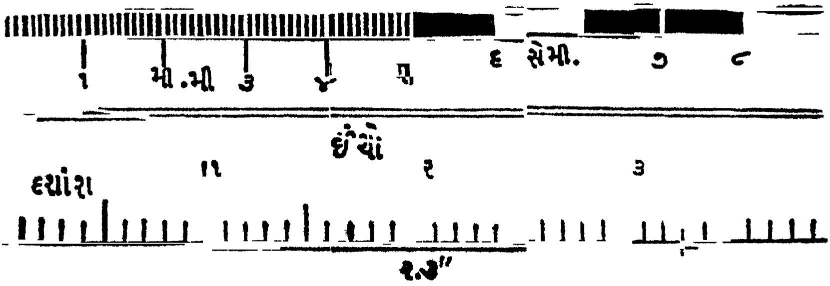
(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઇથી અને સંભાળથી દોરાવવી જોઇએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુના રૂપ દોરી બતાવવી સફાઇદાર આકૃતિઓ નીચેનાં સાહિત્યોના નમુના પ્રમાણેનાં સાહિત્યોથી નીકળશે.—



પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણુમાપક સાહિત્ય.



કંપાસ, કે કર્કટી — ડીવાઇડર્ઝ, કે અંતરમાપક — સેટ સ્કવેરની જોડ, કે કાટખૂણા



સીધી લીટીના ઉપર રૂલર (આંકણી)

(અ) 'ત્રણ એચ' અને 'છ એચ' ની બે પેન્સીલો,

(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય,

(ક) કોણમાપક સાહિત્ય,

(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર વાળું એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબું રૂલર.

(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ.

(૨) જે જે આકૃતિ સંબંધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે પ્રયોગમાં કે પ્રશ્નમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ [illegible] વિદ્યાર્થી પાસે પણ કહાવવી.

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઈદાર હોવી જોઇએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાંડું ફકત ખસેડવાં નહિ, પણ આખો હાથ ખસેડવો જોઇએ.

(૫) કકંટી (કંપ સીઝ)ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવું અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમાં રાખવું કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો, રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવું અને જોઇએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળું રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાકડું કરવું.

(૭) પ્રોટ્રેકટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે તે પ્રમાણે કરવો.

આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષકે પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટાં સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવાં. યૂકિલડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતું તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ.

કર્તવ્ય ભાગમાં દરેક પ્રકરણમાં સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદાં જુદાં દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કઢાવવી અને બરાબર સમજાયા પછીજ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી. તર્કશાસ્ત્રની આ નિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ દર્સાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્ય ભાગમાં જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાંનો કોઇ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી; પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઇ અન્ય રીતિએ

પૃથક પૃથક આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા દેાપીસ્તાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવાં. પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્કશાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સાહિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મોઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતોમાં આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિધ્ધતા અવશ્ય મોઢે કરાવવીજ જોઇએ. એ તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમાં, પણ જુદા ક્રમમાં, કે ઉલટા શબ્દોમાં વ્યાખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી. જેમકે

(૧) વાંકી લીટીઓથી હદ થઇ એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ;

(૨) ચાર સરખી બાજુઓથી હદ થઇ હોય તેવી આકૃતિ તે રૉમ્બસ,

(૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાંકો લીટી, વગેરે. ઉપલી વ્યાખ્યાઓ કયાં કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાનું ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં સત્યતાઓ બતાવવામાં કારણો દર્શાવવાની જરૂર નથી, એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથી સિધ્ધાંતરૂપે આપ્યો છે અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણવાળો સિધ્ધાન ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્વનો છે.

સિદ્ધાંતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનુ કારણ સમજાવુંજ જોઇએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનું કોઇ પણ વાકય પાછળના કોઇ પણ સિધ્ધાંત પર આધારભૂત હોય તો તેનો સબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડવો જ જોઇએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમાં

તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી; જો કે વિવેચન અને સિદ્ધતાનું દરેક વાક્ય વિદ્યાર્થી સમજીને મુકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઇએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાં જોઇએ. દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની કરવી; (૩) અક્ષરોનાં સ્થળ બદલવાં, (૪) ઘણી વખત કોઇ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ; (આ રીત ખાસ લક્ષમાં લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ધેરે વાંચવાની ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમાં જોયા વિના સિદ્ધાંત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનું યોગ્ય સાફલ્ય થાય છે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનું પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ, સિદ્ધાંતનુ વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવું જોઇએ કે પાછલા સિધ્ધાતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અંદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી. જ્યાં સુધી તેનું વિવેચન કારણ દર્શક હોય ત્યાં સુધી અંદરના ક્રમમાંજ તે કહેવાની જરૂર નથી. જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણ દર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ.

કોઇ કોઇ સિદ્ધાંતોની રચનામાં પાછળ સિદ્ધતા ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જ્યારે એવાં કૃત્યો કરવામાં આવે ત્યારે તે એવાં હોવાં જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઇ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઇએ. અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય તોજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઇએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોઢે થઇ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું જોઇએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળવવાનો

છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતાં માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી) (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો અને (૫) પાછળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનું બનેલું છે. આ ઉપરાંત જે કાંઇ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દષ્ટાંત રૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઈએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે. પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલું નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામાં આવે તેટલું અઘરૂં નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથક્કરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો; અને તેમાં બતાવેલી વિગમન પદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મહાવરાથી હસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે.

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો. પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમા સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આપેલી કીમતો મુકી કરવાના છે શરૂઆતમાં બધાજ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવું કે વિદ્યાર્થીનો આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશી થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોઢેજ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય ભાગમાં તેને લગતા આપેલા પ્રશ્નો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કાઢી શકશે.

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવાં મોટાં સેટ સ્કવેરો, કંપાસ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર મુંબઇ યા અન્ય સ્થળના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સુચનાને આધારે મંગાવી આપશે

૪. શિક્ષણ સંબંધી કેટલીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણ પદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બબતો ખાસ ધ્યાનમાં લેવા યોગ્ય છે:—

(ક). જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેનાં બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોક્કસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો.

(ખ). આકૃતિ સંબંધી કે પ્રમેય સબંધી પ્રયોગો કરી જે ગુણ-ધર્મો કઢાવવાના છે તે બને ત્યા સુધી વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો. શિક્ષણ જેમ ઉંચા પ્રકારનું હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ). આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઇએ. આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજૂતિ આપવી, તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કદી પણ ચૂકવું નહિ. જેમ તે વધારે સફાઈદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેલું થશે અને સમજૂતિ બરાબર ગ્રહણ થશે

(ઘ). બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી. પરંતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી. વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામાં આવશે તો તે તરતજ ભૂલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અંશે નિરર્થક થઇ પડશે.

(ઙ). શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતાં યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જો વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજુતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજુતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી તેમજ ઓળખાવવી.

(ચ). પ્રમેય ભાગના જે સિદ્ધાંતો શીખવાના છે તે શીખવવા પહેલાં પ્રાયોગિક ભાગમાં આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા. તે બરાબર ધ્યાનમા ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનું ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવું કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ. અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવું. એમ ન કરવામાં આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલાં શીખ્યા હશે તે ભૂલી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગ વિદ્યાર્થીને જોઇએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ. આ બીના ખાસ અવશ્યમાં રાખવા જેવી છે.

क. નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧). શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે. જેમકે કાચના ઉપર છબી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઈ માણસ આપણને ભાષણ આપી જ્ઞાન આપે, પણ એથી આપણને જોઇએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભુલી જઇશું. પરંતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગ કરીને આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશું. પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે આપણે પોતેજ તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે અને જે રીત આપણે શીખીશું તે ઘણા લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશું. આ પ્રમાણે કોઇ એક ચીજનું જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી, આપણે મેળવીએ છે; અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમા બહુ ફેર પડી જાય છે આ પ્રમાણે બધીજ બાબતમાં સામાન્ય બને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતાં જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારૂં; અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતાં જે જ્ઞાન જાતિઅનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે કે **કોઈપણ જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોક્કસ ઠસાવવાને વિદ્યાર્થીએ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવો જોઇએ.** એજ નિયમે ભૂમિતિ

સંબંધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિથી જોતાં બહુજ અગત્યનું થઇ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવું જોઇએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલાં ફકત મુખપાઠદ્વારાજ આપવામાં આવતું હતું તેનું કેવું પરિણામ આવ્યું તે બીના બધાને જાણીતી છે. ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણ મનાતો હતો એનું કારણ મુખ્ય એ હતું એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઇએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી યૂકિલડનો ૩૨મો સિદ્ધાંત "ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે" જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછ્યું હોય કે "પ્રત્યક્ષ આકૃતિ દોરી અથવા પ્રયોગ કરી" એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો, તો ભાગ્યેજ કોઇ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો–આ ઉપરથી માલમ પડી આવશે કે પહેલેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી. એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સંબંધી જ્ઞાન જોઇએ તેવું થતું ન હતું, એટલુંજ નહિ પણ ઘણીએક વખત પાઠો તેઓ મોઢે કરી લેતા હતા. આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સંબંધી પ્રયોગ કરવા. આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યૂકિલડનો ૨૯મો સિદ્ધાંત અનુમાન–દ્વારા-શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બતાવવામાં આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સારું થઇ પડે; અને વિદ્યાર્થી જો તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૌથી ઉત્તમ છે.

આ ઉપરથી એટલું તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવવાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા; તેથી નવી ભૂમિતિમાં લક્ષ રાખવાનું કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણ ધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સંબંધી સત્યતાઓ શીખવા તેથી **પ્રમેય સિદ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન–શબ્દદ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે.**

(૨). વિગમન પદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન આપવું

જોઇએ. પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાંત સબંધી માહિતી મેળવવાને માટે તે સબંધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુંજ નહિ, પરંતુ તેનુ યથાર્થ જ્ઞાન થઇ લાંબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેનાં દૃષ્ટાંતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સારૂં. જે જ્ઞાન મેળવવામાં આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ, અને ઘણા વખત સુધી આપણા મનમાં તે ઠસી રહે છે. પરંતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનું જ્ઞાન જોઇએ તેવુ આપણને થઇ શકતું નથી એટલુંજ નહિ, પણ તે લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી. વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમાં ઠસે છે તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવું જોઇએ. તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ-ગુણ વગેરેનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીએ મેળવવાનુ છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મૂકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમા અનુમાન કઢાવી તે જ્ઞાન આપવું. એટલે વ્યાખ્યા શીખવવાની રીત આ ભૂમિતિમાં એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરાવી તેનાં ખૂણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવાં અને તેની પરીક્ષા કરાવવી, પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કઢાવવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી પ્રમેય સિદ્ધાંત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત ગ્રહણ કરવી, એટલે અનેક ઉદાહરણો લઇ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો ઠસાવવા

કોઈ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છે:- કોઇ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ ઠરાવવો તે એક રીત; અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ ઠરાવવો તે બીજી રીત. આમાંની બીજી રીતે શીખવવું એ ઉપર કહ્યુ છે. પહેલી રીતે શીખવવામાં એવો દોષ આવે છે

૫૦૩૪

કે ઘણીએક વખતે શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના કયા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી અને તેથી જુદાં જુદાં વિધાન કરી ખરૂં અનુમાન કેવી રીતે કઢાવવું એ આપણને માલૂમ પડતું નથી. તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive–Synthetic–method **વિગમન પદ્ધતિ**) શીખવવામાં–શીખવામાં ભૂલચૂક થવાનો વધારે સંભવ રહે છે. પરંતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમાં (Inductive–Analytical–method **વિગમન પદ્ધતિ**) જુદાં જુદાં ઉદાહરણો લઇએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી ખરો સિદ્ધાંત ઠરાવવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે વળી આ પદ્ધતિમાં પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ–દૃષ્ટાંતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઇ પડે છે અને તેથીજ આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન અને અનુભવ થવાજ જોઇએ આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમાં આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો છે તેથી વ્યાખ્યા અને **પ્રમેય–સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો–સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમન પદ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.**

નિગમન પદ્ધતિ કરતાં વિગમન પદ્ધતિ સિદ્ધાંત ખરો ઠરવવામાં વધારે ઉપયોગી છે; તેથી નિગમન પદ્ધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાંઇ નથી પહેલી પદ્ધતિ પ્રમાણે સિદ્ધાંત–નિયમો ઠરાવવામાં જે જે ઉદાહરણો જોઇએ તેમાંનાં કેટલાએક સમૂળકાંજ મળી શકે નહિ અને કેટલાએક મળે તો ને તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ. આવી વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિદ્ધાંત ઠરાવવાની આવશ્યકતા રહે છે. ન્યાય મંદિરમાં ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામાં, તેમજ ઇતિહાસ શોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે ગત કે અદૃશ્ય વસ્તુ સંબંધી કોઇ પણ નિયમ–સિદ્ધાંત ઠરાવવામાં આજ પદ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે. આપણી પાસે આવેલાં માણસો કેવાં છે, અમુક માણસો કયારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતમાં નિત્ય વ્યવહારમાં આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ

કરીએ છીએ; તેથી આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન તથા અનુભવ પણ આવસ્યક છે. આ કારણને લીધે યુકિલડની ભૂમિતિમાં જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જોવામાં આવે છે તે આ ભૂમિતિમાં પણ રાખવામાં આવી છે.

ટુકમાં, કોઈ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમાં ઠસાવવો, એટલે પહેલ વહેલાં વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય તે ઉપરથી બીજો નવો નિયમ કે સિદ્ધાંત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવું અને પછી નિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો – આ રીત આ નવી ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી છે

(૩). કોઇ વિશેષ અક્કલવાળો માણસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સંપૂર્ણ હોય એવું કાંઇ નથી. રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણ તેમાં દેાષ–ભૂલચુક હોય છે. કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેકસપીયર, વાલ્મિક આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યાં, તેમજ પ્લેટો, ડાર્વિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિ એ શાસ્ત્રો અને તાત્ત્વિક ગ્રંથો રચ્યા અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણ તેમાં દેાષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના ગ્રંથોમાં પણ સમજવુ પણ તે ઉપરથી કાંઇ એમ ન સમજવું કે યૂકિલડના ગ્રથો ખોટા છે કોઇ મોટો ઇજનેર બહુજ અક્કલ વાપરી કોઈ મોટો બુગડો કે પુલ બાંધે અને પાછળથી તેમાં નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે. કાળ અને દુનિઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઇ ફેરફાર કરવા પડે છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના સંબંધમાં પણ છે યૂકિલડના સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જો કે બહુ સારો છે તો પણ તે ક્રમમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. યૂકિલડના પહેલા સ્કંધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાંતોને છોડી દઇએ તો ચાલે એમ છે; તેમજ ૧૩, ૧૪ અને ૧૫ મા સિદ્ધાતો ચોથા અને પાંચમા સિદ્ધાંતો કરતાં સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિદ્ધાતો સીધી લીટીના સબંધમાં હોવાને લીધે તે પહેલાં લઇએ તો વધારે સારૂ. એજ પ્રમાણે સિદ્ધતામાં પણ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સ્કંધના ૮ મા સિદ્ધાંતમાં અને બીજા સ્કંધના ૧૩ મા સિદ્ધાંતમાં જે સિદ્ધતા યૂકિલડે આપી છે તેને બદલે

સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તો વધારે સારૂ. આ પ્રમાણે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણું કામ સહેલું થઈ પડે એવા ફેરફારો આ નવી ભૂમિતિમાં કરવામાં આવ્યા છે. **આ પ્રમાણે યૂકિલડના કરતાં સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જુદો છે; કોઈ ઠેકાણે સિદ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કોઈ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિદ્ધાંતો છોડી દીધા છે; કોઈ ઠેકાણે બીજા ઉપયોગી નવા સિદ્ધાંતો દાખલ કીધા છે.**

(૪). નવી ભૂમિતિનું મુખ્ય કામ આકૃતિના ધર્મગુણ દસાવવાનું છે. જેમકે "સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા સરખા છે' અથવા "એક ખૂણો બીજા ખૂણા કરતાં મોટો છે" વગેરે બાબતો જ્યારે ભૂમિતિમાં સિદ્ધ કરવાની હોય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઇ શકે તેથી આકૃતિઓ ચોક્કશ કાઢવી ખાશ જરૂરની છે સમબાજુ ત્રિકોણ, લંબચોરસ, ત્રિકોણની મધ્યગા, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વગેરેની આકૃતિઓ જો બરાબર કાઢી હોય તો તેના સબંધી નિયમો એની મેળેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઇ આવે છે; જેમકે, સમબાજુ ત્રિકોણની ખરી આકૃતિમા ખૂણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે; ખરી આકૃતિના લંબચોરસમા કર્ણો બરાબર છે; વગેરે. જો આકૃતિઓ ગમે તેમ દોરી ચલાવી લેવામા આવે તો એજ આકૃતિના ગુણો એકદમ માલમ પડી આવતા નથી. એટલુંજ નહિ પરંતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિદ્ધાંત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમા શક રહેવાનો સંભવ છે. ધારો કે કોઈપણ ત્રિકોણમાં સરખા ખૂણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિદ્ધ કરવાને માટે ત્રિકોણના ખૂણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ દોરીએ તો તેમાં બાજુઓ સરખી હોતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતાં આપણે તેને સરખી કહીએ તો તે બહુ અયોગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે **જે આકૃતિઓ દોરવાની છે તે કંપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટી વગેરે સાહિત્યોની મદદથી ચોક્કશજ કાઢવી જોઇએ.** આ સાહિત્યનો

ઉપયેાગ કરવેા એ આ નવી ભૂમિતિનું વિશેષ કામ છે. યુકિલડમાં કંપાસ અને પટ્ટીનેા ઉપયેાગ કરવામાં આવતેા હતેા. પરંતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામાં પણ આવતું આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમાં નથી અને સાહિત્યેાનેા ઉપયેાગ દરેક વખતે કરવેા.

(૫). આ નવી ભૂમિતિમાં સિદ્ધતા આપવામાં કે અન્ય સ્થળે 'આધાર' આપવાની જરૂર નથી, એટલે સિદ્ધાંતેાનેા અમુકજ ક્રમ રાખવેા અવશ્યનેા નથી. આધારેા આપવામાં મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સત્યતા બતાવવામાં વિદ્યાર્થીને જો "આધાર" ટાંકવાની ટેવ પડે તેા તે સત્યનાના કારણેા ભૂલી જવાની બ્હીક રહે છે જેમકે "∠ अबक=∠डइफ છે, આધાર સિદ્ધાંત ૧૦" એમ કહેવાની ટેવ પડે તેા શું કારણથી એ બે ત્રિકેાણેા બરાબર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપલકીઆ જ્ઞાન થવાનેા સંભવ રહે છે; અને કારણેા લાંબા વખત સુધી મનમાં રહેતાં નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિદ્ધાંતેાનેા ક્રમ અમુક જ ન રાખતા જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિદ્ધ કરવાનું છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણેા સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી, અને એમ કરવામાં સિદ્ધતાના કારણેાજ—એટલેજ આધારેા—એક પછી એક લેવાં. કારણેા બરાબર આવડે તેા સિદ્ધતા બરાબર આવડે છે; અને તે ભુલી જવાનેા સંભવ રહેતેા નથી. આ કારણેા બરાબર સમજાયા પછીજ સિદ્ધાંતેાના ક્રમનેા આધાર વિદ્યાર્થી લે તેા પછી કાંઇ હરકત જેવું નહિ.

આ પુસ્તકમાં "આધારેા" સિદ્ધાંતેાના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનેા હેતુ એવેા છે કે પુસ્તક બહુ મેાટું ન થઇ જાય પરંતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિદ્ધાંતેાના ક્રમના આધારેા ન આપતાંજ કારણેાનાંજ આધારેા આપવા યેાગ્ય છે.

(૬). નવી ભૂમિતિમાં ચિહ્ન-ટુંકી સંજ્ઞાનેા ઉપયેાગ બહુ કર્યો છે; પહેલાં પરીક્ષકની રજા વિના એવાં ચિન્હેા વપરાતાં ન હતાં. હવે એવી રજાની જરૂર નથી, પણ એ ચિન્હેાનેા ઉપયેાગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે.

(૭). પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો જો કે બોલાયદાં આપવામાં આવ્યા છે તો પણ તે મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાંતો આપી તેવી સત્યતાઓ બરાબર બતાવી દેખાડવી અને સિદ્ધતામાં જરૂર પડે ત્યાં પ્રત્યક્ષ છે," "ખુલ્લુંજ છે" વગેરે શબ્દો કહેવામાં આવે તો ચાલશે.

નોટ—ખંડ ૧ લામા પ્રાયોગિક ભાગમા પ્રયોગ કેવી રીતે કરાવવા એ સંબંધી યોગ્ય જગ્ય એ પુરેપુરી રીતે સમજુતિ આપી છે, એ સમજુતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવુ અને તેમા બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો એ સમજુતિમાનો ઘણો ખરો ભાગ શિક્ષકનેજ માટે છે, જો કે એ ભાગમા વર્ગમાં શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઇએ તે રીત બહુ સભાગ પૂર્વક બતાવી છે.

ખંડ ૧ લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેનાં સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમા વાપરવા.—

(આ માહિત્યોના નમુના માટે "શિક્ષણ સબંધી સૂચના" જુઓ)

૧. આંકણી—લીટીઓ માપવાની આંકણી ઉપર ઈંચ અને દશાંશ ઈંચ, ડેશીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આંકો પાડેલા હોય છે. સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે ૭ ઈંચ લાંબી આંકણી ઉપર એકજ બાજુ ઉપર ઈંચ અને દશાંશ ઈંચ એક કોર ઉપર, અને ડેશીમીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે.

૨. પ્રોટ્રેક્ટર અથવા કોણમાપક—પ્રોટ્રેકટર બે જાતનાં હોય છે. એક ચોરસ અને બીજું ગોળ. આ પુસ્તકમાં અર્ધવર્તુળના આકારનું પ્રોટ્રેકટર વાપરવામાં આવ્યું છે.

૩. સેટસ્કવેર અથવા કાટખૂણાની જોડ—બે જાતના સેટ સ્કવેરો વાપરવામાં આવે છે. એકમાં એક ખૂણો કાટખૂણો, અને બાકીનો દરેક અર્ધો કાટખૂણો હોય છે; અને બીજામાં એક ખૂણો કાટખૂણો અને બીજો ખૂણો ⅔ કાટખૂણો અને ત્રીજો ખૂણો ⅓ કાટખૂણો હોય છે, પહેલામાં ૯૦° ૪૫°, ૪૫° અને બીજામાં ૯૦°, ૩૦°, ૬૦° ના ખૂણા હોય છે.

૪. કંપાસ અથવા કૈંકટી–એમાં એક હાથ આખો લોખંડનો અને બીજો અર્ધો લોખંડનો હોય છે, જેમાં ઝીણી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મૂકવામાં આવે છે.

૫. અંતરમાપક–આ સાહિત્ય કંપાસના જેવુંજ હોય છે, પરંતુ તેના બન્ને હાથો આખા લોખંડના હોય છે. એકજ સાહિત્યના અર્ધા હાથમાં પેન્સીલ અથવા લોખંડનો છૂટો હાથ નાખી ચલાવવાથી કંપાસ અને અંતરમાપક બન્ને એકમાં આવી શકે છે.

આ સિવાય "એચ એચ" નંબરની પેન્સીલ, તેલીઓ કાગળ, ટાંકણી, ચોરસ આંકેલી ચોપડી વગેરે પણ જોઇશે પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળો પોલીશ પેપર વપરાય છે અનુમાનો લખવા માટે અને અન્ય પ્રશ્નો છોડવા માટે જુદી જુદી ચોપડીઓ રાખવી એ વધારે સારૂં છે. આ સાહિત્યોની જોડે એક નાની કાતર પણ હોય તો સારૂં.

પ્રકરણ ૧ લું.

§ ૧. સીધી લીટી અને તેનું માપ.

લીટીઓ માપવાને માટે નીચે પ્રમાણેની લાકડાની ૭ ઈંચ લાંબી આંકણી ઉપર ઈંચ અને દશાંશ ઈંચ, તથા ડેશીમીટર અને સેન્ટીમીટરના કાપા પાડેલા હોય છે. (આકૃતિ માટે જુઓ પાનું ૨ જું) એક **મીટર** આશરે ૩૯·૩૭ ઈંચ હોય છે મીટરના દશમા ભાગને ડેશીમીટર, અને ડેશીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે. સેન્ટીમીટરનો દશમો ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે. પટી ઉપર સૌથી નાનો કાપો મીલીમીટરનો છે. ૧,૨,૩,૪ આંકડા સેન્ટીમીટરના છે.

લંબાઇનાં કોષ્ટકો.

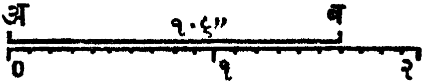
૧૨ ઇંચ=૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી મી)=૧ સેન્ટીમીટર,
૩ ફુટ=૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે.મી)=૧ ડેશીમીટર,
૧૭૬૦ વાર=૧ માઇલ.	૧૦ ડેશીમીટર (ડે મી.)=૧ મીટર (મી)

ફ્રાન્સ દેશમા લબાઈના માપની એકમ મીટર છે અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગો પાડેલા છે. એ રૂઢિમાં દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશ ગણું છે. મીટરનું માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમા થઇ બન્ને ધ્રુવમાંથી જે યામ્યોતર વૃત (longitutde) જાય છે તેની બરાબર ગણત્રી કરી તેનો ચાર કરોડાશમો ભાગ લીધો છે. ફ્રાન્સમા આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધા છે. જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર=૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેશીમીટર=૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને ૧ ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનું વજન=૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘન ફળ ભરવાને માટે ૧ ઘન મીટર=૧ સ્ટીઅર (stere) છે.

ઉપલી આકૃતિ પ્રમાણે ઉપલાં કોષ્ટકોમાં બતાવેલાં માપો લાકડાની ફુટ પટી ઉપર છોકરાઓ સમજે છે કે નહિ તેની બરાબર ખાત્રી કર્યા પછીજ નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનું કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવું.

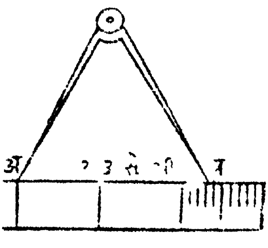
(क) લીટીઓ માપવાની રીત:—

૧ લી રીત—જો अ ब લીટી માપવાની હોય તો ફુટ પટીનો ૦ ઇંચનો દોરો બરાબર अ આગળ પડે, અને ફુટપટી બરાબર अब લીટી સાથે રહે તેમ પટી ગોઠવો.



જો ब છેડો ફુટપટીના કોઇ ચોક્કસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે अ છેડેથી તેની લબાઇ ગણી લેવી. ઉપર अब=૧.૬ ઇંચ (૧.૬") છે.

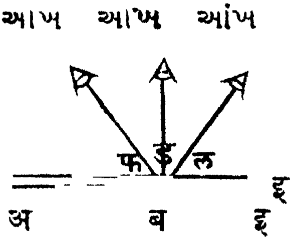
બીજી રીત—કોઇ પણ લીટીની લબાઈ, એટલે બે બિંદુની વચ્ચેનું અંતર વધારે ચોકકસ લાવવા માટે ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો.



જે અંતર માપવાનું હોય, તેના કરતાં સ્હેજ વધારે, અંતરમાપકને પહોળું કરવું પછી ધીમે રહીને તેને દબાવવું, અને તેના બન્ને છેડાઓ

દબાવતાં દબાવતાં આપેલા અંતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરાબર આવી રહે તેમ મૂકવું. પછી અંતર માપકને ઉંચકી લઇ ફુટપટી ઉપર તે અંતર માપવું. અંતર માપકના છેડા ફુટપટી ઉપર દબાવવા નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી ફુટપટીના દોરાઓ બોંકાઇ બોંકાઇ બગડી જાય છે.

ફુટપટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સારૂં, કારણ કે પટીના દોરાઓ જેમ બને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઇએ. કદાચ એ કોરો બેઠી જાડી હોય તો તેમા ભૂલ આવવાનો સંભવ છે. જો अ ब લીટી માપવી હોય અને क ड જાડી



આંકણી હોય તો આંકણી अ ब સાથે બરાબર ગોઠવ્યા છતાં ल લીટીમાંથી જોઇએ તો ब આગળનો ચોક્કસ દોરો ह નહિ દેખાતાં ब પાસે फ ના ખોટું માપ આપનારા ल દોરામાંથી દેખા- क શે, એટલે अ ब જોઇએ તેના કરતાં મોટી દેખાશે તેમજ फ માંથી જોતાં अ ब નાની દેખાશે. પણ જ્યારે ड લીટી માંથી ब ને જોઇશુ તો તે ખરૂં અંતર થશે

પ્રશ્નો.

નીચેની લંબાઇઓ (ઇંચ ") અને (સે. મી., મી મી.)માં માપોઃ-

૧. તમારી ચોપડીની લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઈ.

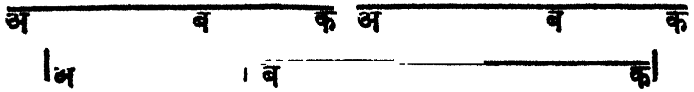
૨ તમારા સેટરકવેરની કોરોની લંબાઇ.

૩. નીચેની લીટીઓની લંબાઇ બન્ને માપમાં કાઢો.—

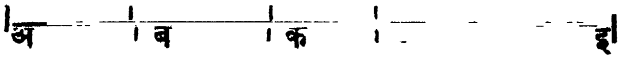
૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇંચમાં કેટલા મીલીમીટર છે તે કહો. એક લીટી ૨૪" મપી લઇ તેના સે. મા. અને મી. મી. કરો.

૫. નીચેની લંબાઇ ઇંચ અને સે.મી.માં માપી તેના દશાંશ ભાગ કહો.

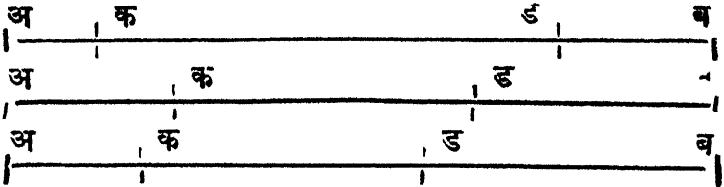
૬. નીચેની अ ब, ब क માપી સરવાળો કરી अ क સરખાવો.



૭. अ ब, ब क, क ड, ड इ માપી સરવાળો કરી अ इ સરખાવો.



૮. अ ब, क ड બને માપથી માપી બાદબાકી કરો. अ क અને ड ब માપી સરવાળો કરો પરિણામ સરખાવી જુઓ.



૯. अ ब=૩.૮" લો. अ ब માં क બિંદુ ગમે ત્યાં લો क अ, क ब માપો. બન્ને માપનો સરવાળો કરી તે ૩.૮" ન થાય તો ભૂલ કયાં આવી તે શોધી કાઢો.

૧૦. આઠ ઇંચ લાંબી એક अ इ સીધી લીટી દોરો. अ છેડેથી अ ब=૩", ब क=૧.૮" અને क ड=૨.૩" માપો. ड इ માપો ड इ લંબાઇ હોવી જોઇએ તેટલી છે ? ન હોય તો ભૂલ કયા આવી તે શોધો.

૧૧. ૭.૭" લીટી લો. તેના ૧.૬ ના પ્રમાણમાં બે ભાગ કરો.

૧૨. કોઈ પણ લીટી લો. તેનું માપ આશરે જોઇનેજ કહો. પછી માપીને કહો. કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨ પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઇ કરો.

૧૪. ૨.૪" ની લીટી લઇ આશરે અર્ધું કરી નિશાની કરી બન્ને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫. ૪.૮ સે. મી. ની લીટી લઇ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૬. ૪.૨ સે. મી. ની લીટી લઇ ૪.૨ નું અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે ?

૧૭. ૩·૩" ની લીટી લઇ ૩ ૩ નું એક તૃતીયાંશ લઇ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાંથી પણ તેટલુંજ કાપો. ત્રણે ભાગ સરખાવો.

૧૮. अ ब લીટીના આશરે બે સરખા ભાગ કરી અને તે ભાગો માપો.

૧૯. अ ब લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

૨૦. अ ब લીટીના ચાર સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

નોટ—અજમાયસે લીધેલાં માપો ઘણુંખરું બરાબર આવે ત્યાં સુધી ઉપલી રીતે અનેક પ્રશ્નો કરવા.

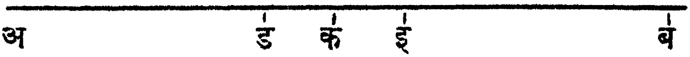
(ख). લીટી દુભાગવાની (બે સરખા ભાગ કરવાની) **રીતઃ—**

પહેલી રીત. નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો. પહેલવહેલા अ ब ને આશરે મ્હોડેથી દુભાગો. જો अ क અર્ધો ભાગ હોય તો કંપાસના છેડાઓ



अ क બરાબર પહોળા કરો. પછી કંપાસના એજ અંતરથી क ड લો. હજુ જો ड ब રહી જાય તો ड ब નું અર્ધું કરી કંપાસને ड इ અંતર જેટલું વધારે પહોળું કરો, क इ અંતર अ ब નું અર્ધું છે એક છેડેથી કંપાસ મૂકી क इ અંતર માપી લઇ अ ब ને દુભાગો.

બીજી રીત अ ब ને આશરે દુભાગો, ધારો કે क, अ ब નું મધ્ય બિંદુ છે. પછી अ ઉપર કંપાસનું અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લો. અને તેજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી इ બિંદુ લો. વળી ड इ અંતર રહી જાય તો તેના પણ એજ પ્રમાણે બે સરખા



ભાગ કરો આખરે क અથવા क ની પાસેનું કોઇ બિંદુ अ ब ને દુભાગશે.

પ્રશ્નો.

૧. ૩·૬", ૫·૨ સે. મી., ૫·૯", ૧૦·૩ સે. મી., ૫·૬", અને ૭·૩ સે. મી. ની લીટી દોરો. ઉપર પ્રમાણે તેને દુભાગો.

૨. ૪·૨", ૬·૪", ની લીટી દોરો દરેકના ચાર સરખા ભાગ કરો.

કાગળવાળી લીટી દુભાગવાની રીત:—કાગળને બેવડ વાળી સળની કોર ઉપર **અ બ** લીટી માપી લો. **અ' બ'** લીટી સળ ઉપર આવી હોય તો **અ'** ઉપર **બ'** પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછો બેવડ વાળો. જ્યાં કાપો પડે ત્યાં **અ' બ'**, એટલે **અ બ** દુભાગાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. ૩·૫", ૪ ૩ સે. મી, ૪·૭", ૫ ૮ સે. મી. ની લીટીઓ દોરો. ઉપર પ્રમાણે બેવડ વાળી દરેકને દુભાગો.

૨. ૫·૭", ૩ ૩ સે. મી., ૪·૧", ૩·૫" ની લીટી દોરો. દરેકનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખો અને એ બન્ને ભાગો ત્રીજાની ઉપર રાખી છેડા બરાબર મેળવી ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

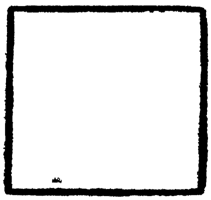
૩. ઉપલી લીટીઓના ભાગો કંપાસથી માપી ખાત્રી કરો.

૪. ૫ ૯", ૧૧ ૩ સે. મી, ૭·૩", ૧૦ ૫ સે. મી. ની લીટી દોરો. ભાગો બેવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા કરો. બધા ભાગો માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

શિક્ષકને સુચના. પ્રશ્નોની સંખ્યા જ્યા થોડી લાગે ત્યાં આપેલા પ્રશ્નો ની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નો પોતે બનાવી વિદ્યાર્થીને આપવા.

---

§ ૨. સ્કેલમાપ અથવા અંતર પ્રમાણ.



તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લંબાઇ માપો. કેટલા ફુટ છે? ૪ ફુટ. પાસેની આ કૃતિની લંબાઇ માપો. કેટલી છે? એક ઇંચ. આ જગ્યાએ પાટીઆની લંબાઈ એક ઇંચ છે એ જુઓ છો? આ આકૃતિમાંની એક ઈંચ લંબાઈ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆની કેટલી લંબાઈ બરાબર સમજવાની? ચાર ફુટ.

આ આકૃતિની પહોળાઇ માપો. તે કેટલી છે ? એક ઇંચ. પાટીઆની પહોળાઈ માપો. તે કેટલી છે ? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઇના સંબંધ વિષે શું સમજો છો ? આકૃતિમાં એક ઇંચ પહોળાઈ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઈ બતાવે છે.



પાસે એક ડુંગરનું ચિત્ર છે. એની ઉચાઇ કેટલી છે ? પોણો ઇંચ ડુંગરની ખરેખરી ઉંચાઇ કેટલી હશે ? ખબર નહિ તે જાણવા માટે શું જાણવું જોઇએ ? ડુંગરની ઉચાઇ અને ચિત્રની ઉંચાઇનો સંબધ તે સંબધને શું કહે છે ? ચિત્ર અને ડુંગરની ઉંચાઇઓનો સબંધ અથવા **પ્રમાણ.**

ખરેખરાં અંતર અને આકૃતિમાનાં લબાઇ, પહોળાઇ વગેરેના અંતરોના સબધને **સ્કેલ અથવા અંતર પ્રમાણ** કહે છે. આ પ્રમાણ જ્યારે આપવામાં આવ્યુ ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ હોય તેનું વાસ્તવિક પરિમાણ માલમ પડે ખરૂં ? નહિ ઠીક આ પ્રમાણ ન આપે અને તે વસ્તુના જેવડી આકૃતિજ કાઢી હોય તો શું ?

પ્રકૃતિમાં વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડી આકૃતિઓ દોરવી એ કામ હંમેશાં શક્ય નથી. ઘણી વસ્તુઓ અતિશય બારીક હોય છે, અને તેવડીજ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણુ ખરૂ અશક્ય છે, જો કે સાદ્દિસની મદદથી તેટલી નાની આકૃતિ નીકળી શકે છે; પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી તેથી આવી **નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની જરૂર છે.** તેમજ પ્રકૃતિમાં ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી છે. અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટા કાગળ જોઇએ. તેથી **એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની કાઢવી પડે છે.** આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લબાઈ અને આકૃતિની લબાઇની વચ્ચે **પ્રમાણનો** સબંધ ગોઠવવામાં આવે છે. આ કારણને લીધે નકશામાં જે સ્કેલ આપ્યાં હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લંબાઇ અને નકશાની લંબાઇનો સંબંધ નીકળી શકે છે.

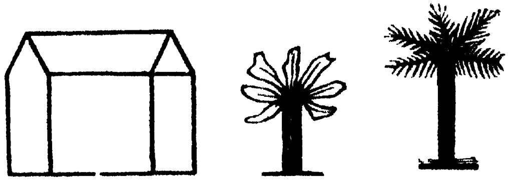
અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમાં ડુંગર એક માઇલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉંચાઇ એક ઈંચ હોય તો આકૃતિની ઉંચાઈ ને અંશ તરીકે અને ડુંગરની ઉંચાઇને (તેના ઈંચ કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાંક થાય તે **અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક** કહેવાય છે. જેમકે ઉપલા દૃષ્ટાંતમાં $\frac{૧}{૫૨૮૦ \times ૧૨} = \frac{૧}{૬૩૩૬૦}$ એ અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે. એજ પ્રમાણે જો ૨ ઇંચ ૩ માઇલ બતાવે તો $\frac{૨}{૫૨૮૦ \times ૩ \times ૧૨} = \frac{૧}{૯૫૦૪૦}$ એ ૨ ઈંચ અને ૩ માઇલનું અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે; અથવા એ પ્રમાણ ૨″. ૩ માઇલ લખાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. નકશામાં આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઇ ઇલાકાના નકશામાં મુંબઇ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાંચીના અંતર કાઢો.

૨. હિંદુસ્થાનના નકશામાં મુંબઇ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીનાં અંતરો કાઢો.

૩. પાસેના ચિત્રો જે પ્રમાણમાં કાઢયાં છે તેનુ પ્રમાણ ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટ છે તો તેની ઉંચાઇઓ કાઢો.



૪. પાસેના પર્વતની ઉંચાઇ કાઢો

સ્કેલ ૧″=૮૦૦૦ ફુટ.



૫. ૧ ઈંચે ૧ માઇલ આવે તેવા સ્કેલથી $૩\frac{૧}{૨}$ માઇલનું અંતર દોરો.

૬. ૧″=૨ માઇલના પ્રમાણથી ૬ માઇલ લાંબો રસ્તો દોરો.

૭ બે ગામો ૪૫ માઇલ દૂર છે તો ૧ સે. મી=૧ માઇલના પ્રમાણથી તેનું અંતર બતાવો.

૮. એક વાંસ ૩૦ ફુટ ઉભો દાટયો છે તો ૧ સે. મી.=૩ ફુટના પ્રમાણમાં તેની આકૃતિ કાઢો.

૯. એક કિલ્લો ૧૨૦ ફુટ ઉંચો છે તો તેની ઉંચાઇ. ૩"=૫ ફુટના સ્કેલમાં દેરો.

નોટ–નીચેના પ્રશ્નોમાં કાટખૂણો દોરવાની રીતની જરૂર પડે છે માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છોડવા.

૧૦. ૧૦ ફુટ લાંબો અને ૫ ફુટ પહોળો લંબ ચોરસ દોરો (સ્કેલ ૧'=૧૦').

૧૧. ૩૦૦ ફુટ લાંબા અને ૨૦૦ ફુટ પહોળા લંબ ચોરસ ખેતરની આકૃતિ કાઢો. (સ્કેલ ૧ સેં. મી.=૧૦૦ ફુટ)

૧૨. ૨૫૬ ફુટ લાંબા અને ૧૯૨ ફુટ પહોળા લંચ ચોરસ બગીચાની આકૃતિ કાઢો (અંતર પ્રમાણ ·૧"=૧૬ ફુટ.)

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસોને ૬ ૧ના પ્રમાણમા દોરો. ૮,૧૨; ૨૦,૨૪; ૧૨,૧૫ ઈંચો; ૨૪,૩૦; ૩૩,૪૮ સે. મી.

(નોટ ૬·૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઈંચ=આકૃતિનો ૧ ઈંચ)

૧૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ ૧ના પ્રમાણમાં દોરો:– ૧૨, ૮; ૩૦;૩૬ ઈંચો; ૩૬,૪૮; ૨૪,૪૮ સે. મી.

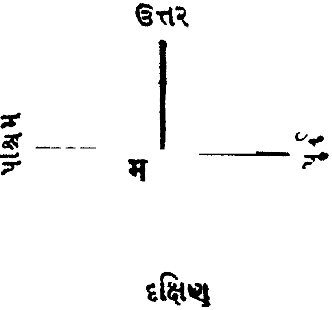
૧૫ એક લંબ ચોરસ કિલ્લાની અંદરની લંબાઇ અને પહોળાઇ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે. અને કિલ્લાની ભીંતની જાડાઇ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીઆની આકૃતિ દોરો. (અંતર પ્રમાણ ૧"=૧૦૦ ફુટ.)

૧૬. ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લંબાઇ પહોળાઈ હોય એવા લંબ ચોરસ ઓરડાની આકૃતિ દોરો. તેના સામસામેના ખૂણાનું અંતર માપી ખરેખરૂં અંતર કહો. (યોગ્ય સ્કેલ લેવું).

૧૭ એક સીડી (अब) નો એક છેડો अ જમીન પર છે અને બીજો ब છેડો એક ભીંત (कड) ઉપર છે. क ભીંતનો પાયો છે. कअ=૩૦ ફુટ, અને कब ૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાંબી છે ?

૧૮. ઉપલા પ્રશ્નમાં अक=૧૫ ફુટ અને बक=૧૦ ફુટ છે તો अब સીડીનું માપ કાઢો.

સુચના પાસે પ્રમાણે બબ્બે પાસે પાસે
ની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે म આગળ કાટખૂણો
હોય છે તે ધ્યાનમાં રાખીને નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.



૧૯. એક કીડી ઉત્તરે ૪·૭" જાય છે અને પછી પૂર્વમાં ૮·૯" જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઇ.

૨૦. अ પશ્ચિમમાં ૭·૮ સે. મી જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨·૩ સે. મી. જાય તો મૂળ જગ્યાએથી તેનુ કેટલુ અંતર થયું ?

૨૧ એક લખોટાને દક્ષિણમાં ૧૩·૩" ફેંક્યો અને ત્યાથી પાછો પૂર્વમાં ૯·૭" ફેંક્યો તો મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૨. એક માણુસ अથી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાંથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય તો તે अથી કેટલે દૂર ગયો તે કહો.

૨૩ એક ખેપીઓ कથી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ માઇલ જાય તો તે મૂળ જગ્યાએથી સીધું કેટલું ગયો ?

૨૪. अ, ब થી ૨૨ માઇલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે अ, ब થી હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૫ अ, ब ની દક્ષિણે ૧૭ માઇલ છે; क, ब ની પૂર્વે ૧૧ માઇલ છે, ड, क ની ઉત્તરે ૯ માઇલ છે તો अ થી ड નું અંતર કહો.

૨૬. अ, ब ની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે; अ ની ઉત્તરે क ૯ માઇલ છે; અને क ની પૂર્વે ड ૧૧ માઇલ છે તો अ ड અંતરની લંબાઈ કહો.

૨૭. अ, ड ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને ड, क ના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ તો अ क અંતરની લંબાઇ કહો.

૨૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટે છે અને એક વહાણ એકથી ઇશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

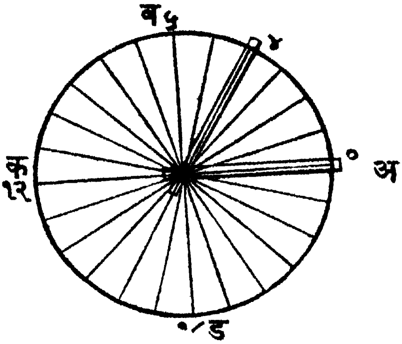
૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખૂણામાં છે અને દેહેણુંથી ૨૭ માઇલ દૂર પૂર્વમાં છે તો દમણથી દેહેણું કેટલું ?

૩૦. अ, ब એ સ્થળો ઉત્તર દક્ષિણ છે. क, अ થી અગ્નિમાં અને ब થી વાયવ્યમાં છે. જો अ क + ब क ૩૦૦ ફુટ હોય તો अ क કેટલું ?

---

§ ૩. ખૂણો.

(क) ખૂણા કેવી રીતે બને છે ?



પાસે પ્રમાણેની એક આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો, અથવા મોટા કાગળ ઉપર કાઢી તેને પાટીયા ઉપર ટાંકણીઓ મારી મજબૂત કરો. કાગળની બે પાતળી પટીઓ કાપી તેના એકેક છેડામાં છિદ્ર પાડી તેમાં ટાંકણી મારી આકૃતિના મધ્ય બિંદુમાં બરાબર બેસાડો. આ પ્રમાણે બે પટીઓને કંપાસના હાથ ગણી લઇ એક પટી સ્થિર રાખી (આડી પટી), બીજી પટીને ઉપરથી ધીમે ધીમે ફેરવો. જે જગ્યાએ ટાંકણી મારી છે તે જગ્યાએ બન્ને પટીઓની વચ્ચે **ગાળો** પડશે. આ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પૂછવું કે આ બે પટીની વચ્ચે શું થયું ? ગાળો. આ ગાળાને **ખૂણો** કહે છે. આ પ્રમાણે **બે લીટી*** **અથવા બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો થાય છે તેને ખૂણો** કહે છે. પાસેની ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવું કે બે ભીતની વચ્ચે, ટેબલની કોરો વચ્ચે, પાટીઆની કોરો વચ્ચે, ચોપડીની કોરો વચ્ચે, **ખૂણા** થાય છે. પછી બે પટીઓની વચ્ચે કેવડો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવું, અને ઉપલી પટી ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતાં હવે બેવડો ગાળો કરી પૂછવું કે પહેલાં કરતાં હવે ગાળો મોટો થયો છે ? પહેલાં પટીનો છેડો વર્તુળના કેવડા

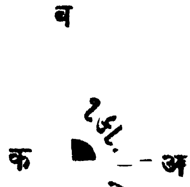
---

* "લીટી" એટલે સીધી લીટી એવો અર્થ આ પુસ્તકમાં લીધો છે.

ભાગમાંથી (કેટલા અંશમાંથી) ફર્યો હતો? હવે તે કેટલો ફર્યો છે?" પહેલાં કરતાં હવે એ ગાળો કેવડો થયો છે? વિદ્યાર્થીઓ ''એવડો'' એમ જવાબ આપશે

આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવું અને પૂછવું કે આ *સાંકડા ખૂણા (ઉન કાટખૂણ) કરતાં આ ન્યૂનતા પૂરક (દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી) મોટો કે નાનો છે? મોટો. આ ખૂણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શું થાય છે? નાનો. આ (ઉન કાટખૂણ) મૂળ ખૂણો શું થાય છે? મોટો. પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખૂણો (૦ થી ૬) થય ત્યાં સુધી ઉપલી પટી લઇ જવી પછી પૂછવું કે (મૂળ ખૂણો) આ ખૂણો અને (ન્યૂનતાપૂરક) આ ખૂણા વચ્ચે શું ફેર છે? ''કાંઇ નહિ; બન્ને સરખા છે'' પછી બતાવીને કહેવું કે **આ ખૂણા કાટખૂણો કહેવાય** છે. કાટખૂણાનાં બીજાં ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવાં અને તેઓને પૂછી કઢાવવાં.

પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ સેરવવી આ પ્રમાણે થતો ખૂણો કાટખૂણા કરતાં મોટો કે નાનો છે? મોટો. એનો ન્યૂનતા પૂરક ખૂણો (દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે? નાનો. પટીનો છેડો છેક क સુધી લઇ જવો



કાટખૂણો.

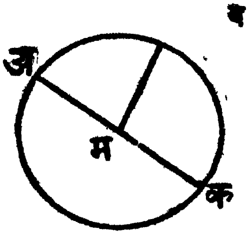
અને એ પ્રમાણે પૂછવું અને મૂળ ખૂણા અને દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવું. क આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પૂછવું કે આ ખૂણો (મૂળ ખૂણો) કાટખૂણા કરતાં કેટલો મોટો છે? ब આગળ છેડો હતો ત્યાંના કરતાં હવે કેટલો મોટો એ ખૂણો છે? હવે કેટલા કાટખૂણા થયા? વગેરે.

એક કાટખૂણો કરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી ફર્યો? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી બે કાટખૂણા થાય? અર્ધો. કેટલો ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખૂણો થાય? આઠમો વગેરે,......

*આ અને એવા બીજા શબ્દ શિક્ષકને માટેજ છે.

સૂચના–અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલાં વર્તુળ, મધ્યબિંદુ, પરિધ, વગેરે શબ્દોની માંહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી. એ શબ્દોની વ્યાખ્યા મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરંતુ શરૂઆતમાં તેના અર્થ બરાબર સમજે અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે.

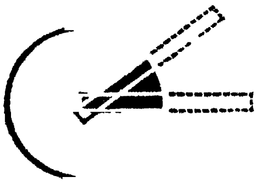
વ્યાખ્યા—જો કોઇ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુ માંથી કોઇ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઇએ તો તે અંતર હમેશાં એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિ **વર્તુળ** છે અને વક્ર લીટી તે **પરિધ** કે **પરિધિ** છે.



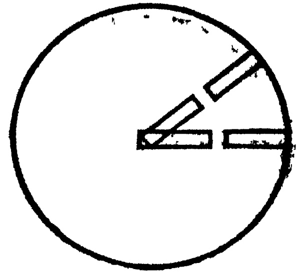
વર્તુળમાં જે (म) મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું **મધ્યબિંદુ** કહે છે. અને આ સરખી લીટીઓ **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. પરિધના કોઇ પણ ભાગને **કૌંસ** અથવા **ચાપ** કહે છે. વર્તુળમાં પરિધ સુધી બને બાજુ મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી **વ્યાસ** છે.

(ख) ખૂણાઓનું મહત્ત્વ.

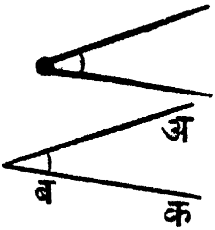
પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પટીઓની વચ્ચે અર્ધો કાટખૂણો થાય તેમ પટીઓ ગોઠવો. ત્યાર પછી એ પટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટીઓ બાંધી દરેક પટી એવડી કરો પછી પૂછો કે પટીઓને શું કીધું? આ ખૂણો પહેલાંના કરતાં એવડો થયો છે? પહેલાં કેવડો ખૂણો હતો? ઉપલી પટીને ફેરવીને વર્તુળનો



કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાયો હતો? આઠમો ભાગ. હવે પટી એવડી કીધા પછી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટી ફરી છે? આઠમો ભાગ. આ ઉપરથી પટીઓ એવડી કીધાથી પહેલી વખતના ખૂણામાં કાંઇ ફેર પડયો છે? **ખૂણો મોટો કરવાને પટીઓને લાંબી કીધી હોય તો તે મોટો થઈ શકે ખરો?** નહિ. તો મોટો કરવાને માટે શું કરવું જોઇએ? ઉપલી પટીને ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવી જોઇએ.



પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કાઢી પટી-ઓ ગોઠવી બન્ને પટીઓને હવે અર્ધી કરો. અને પૂછો કે પટીઓનુ શું કીધું ? પહેલાં એ પટીઓની વચ્ચે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ રોકાયો હતો ? પટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલો રોકાયો છે? પટી ટુંકી કરવાથી ખુણો નાનો થયો છે ? નહિ તો **ખૂણો નાનો કરવાને આપણે શુ કરવું જોઇએ? પટીને નીચેથી ફેરવવી જોઇએ** ત્યારે પટીઓ નાની કરવાથી ખુણો નાનો થઇ શકે ખરો ? નહિ.



ગમે તે કેઇ સરખા પણ નાના મોટા હાથવાળા બે ખૂણા પાટીઆ ઉપર કાઢો. આ બેમા મોટો કયો છે ? મોટા હાથવાળો ખૂણો મોટો છે એવો જવાબ મળશે, પછી ડીવાઇડર્ઝ લઇ તેનું માથું ખૂણા ઉપર મુકી બન્ને હાથ એક ખુણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહોળું કરો, પછી ડીવાઇડર્ઝને તેમનું તેમજ ઉચકી બીજા ખૂણા ઉપર માથું બરાબર મુકી હાથો ખૂણાના હાથ ઉપર ગોઠવો અને પૂછો કે પહેલી વખત ખૂણાના જેટલું ડીવાઇડર્ઝને પહોળું કીધુ હતું ? પછી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડુ અથવા પહોળુ કીધુ ? ડીવાઇડર્ઝને તેમને તેમજ બીજા ખૂણા ઉપર મૂક્યુ કે પહોળું કરીને મુક્યુ ? છોકરાઓ પમે પણ ડીવાઇડર્ઝના ખૂણા સાથે ખૂણાઓનાં માપ સરખાવાવી જોવાં. અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઇડર્ઝના માથાને રાખી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલા ખૂણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે, અને બીજા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવું. અને પૂછવું કે આ બન્ને ખુણા વચ્ચે કાંઇ ફેર છે ? નહિ

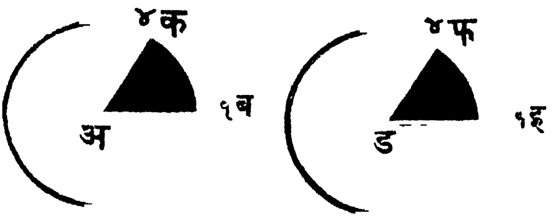


પાસે પ્રમાણેના બે ખૂણા પાટીઆ ઉપર દોરો. મોટા ખૂણાના હાથ કરતાં નાના ખૂણાના હાથ મોટા કરો ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડર્ઝથી સરખાવી, અથવા

ડીવાઇડર્ઝની મદદથી વર્તુળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખૂણામાંથી મોટો કયો તે પૂછો નાના હાથવાળો મોટો છે? "હા."

આ પ્રયોગો ઉપરથી ખૂણાઓના નાના મોટા પણાનો આધાર શા ઉપર રહે છે? હાથો લંબાવ્યાથી ખૂણો નાનો થાય છે? ટુંકા કર્યાથી નાનો થાય છે?

વર્તુળમાં अ क ને ફેરવી ब अ क ખૂણો પરિધના ૧ થી ૪ ભાગ રોકે એવડો બનાવો બીજા વર્તુળમાં ड इ ઉપર ड फ ને કેટલી ફેરવીએ તો ब अ क ના

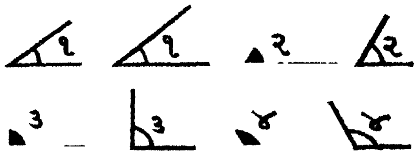


જેવડો ખૂણો થાય? ૧ થી ૪. બે ખૂણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કહાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવું અને સવાલ જવાબ કરવા.

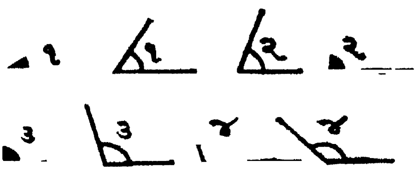
"જે બે ખૂણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી (સરખા અંશમાંથી ફરે છે) તે ખૂણા સરખા છે" એમ કહો.

(ग) ખૂણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.

પાસે પ્રમાણેના ચાર સરખા ખૂણાઓની જોડ લો. ૧ ને ૧ ઉપર ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર ૪ ને ૪ ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ ઉપર આવે અને ખૂણાના હાથો



એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો. પૂછો કે આ ખૂણો આ ખૂણા પર મળી જાય છે? બરાબર મળી જાય છે? એકનો આ હાથ બીજાના આ હાથ પર બરાબર આવેલો છે? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે? **માટે આ ખૂણાઓ સરખા છે.**

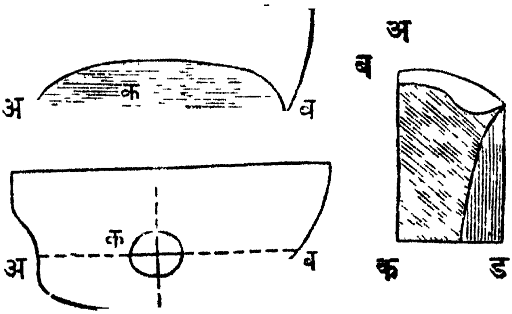


પાસે પ્રમાણેના ત્રણ અસમાન ખૂણાઓની જોડ લો. શિરોબિંદુ ઓ બરાબર મળી જાય અને એકેક હાથ બરાબર મળી જાય તેમ ૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર ને ૪ ને ૪ ઉપર ગોઠવો. આ ખૂણાના બીજા હાથ કયાં પડે છે? એ હાથ અંદર પડે છે કે બહાર? અંદર. આ ખૂણાઓ સરખા છે? નાના કયા છે? મોટા કયા છે? નાના ખૂણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે? વગેરે.

આ ઉપરથી દસાવો કે ખૂણાઓનું નાના મ્હોટાપણું ખૂણા જે બાજુની વચ્ચે થાય છે તેના ઉપર આધાર રાખતું નથી, પણ તે હાથો વધારે કે ઓછું ફરે તેના ઉપર આધાર રાખે છે. ખૂણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખૂણો મોટો નાનો થાય ખરો? નહિ આ નિયમો બરાબર દસાવ્યા પછી આગળ ચાલવું.

(घ) કાટખૂણો.

કોઇ પણ કાગળનો કટકો લો તેની વચ્ચે એક આડો अब સળ વાળો અને ફરીથી એ સળની કોરો બરાબર એક બીજા પર મળી જાય તેમ વચ્ચે બીજો સળ વાળો. આ પ્રમાણે બે સળની વચ્ચે

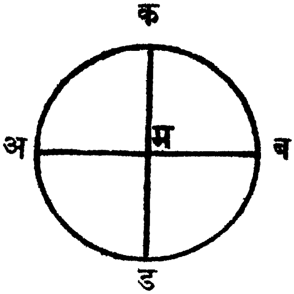


નો ખૂણો (क) બતાવી પૂછો કે પહેલાં જે કાટખૂણો બતાવ્યો હતો તેની બરાબર આ ખૂણો છે?

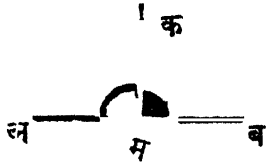
એક સળ ઉખેડો અને બે કાટખૂણા બતાવો, બીજો સળ ઉખેડી ચાર કાટખૂણા બતાવો. સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા—પાનાં, ટેબલ, પાટલી,

સ્લેટ,-લઇ “ કાટખૂણા”નો વિચાર બરાબર ઠસાવો. બીજા નાના મોટા ખૂણા લઈ એક કાટખૂણા સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખૂણા કરતાં નાના અને મોટા ખૂણા કરતાં નાના અને મોટા ખૂણાઓ પણ ઠસાવો. કંપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખૂણો કરી શકે છે કે નહિ.

એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો. વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખૂણા થાય છે? अब સળીની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખૂણા છે? આ ખૂણા સરખા છે? अब સળી ઉપર मक સળી કેવી રીતે પડે છે? તેની બાજુબાજુના ખૂણા બરાબર છે? આ ઉપરથી કાટખૂણાની વ્યાખ્યા કઢાવવી

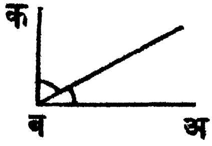


વ્યાખ્યા-જો એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખૂણા સરખા થાય તો તે દરેક કાટખૂણો કહેવાય છે અથવા ખૂણાઓના હાથોની વચ્ચે વર્તુળનો ચોથો ભાગ રોકાય તો તે ખૂણો કાટખૂણો છે, એટલે હાથો વર્તુળના ચોથા ભાગ માપ્યા કરે છે



ચાર પાંચ કાટખૂણા સળી પાટી બનાવો. એક ને બીજાની ઉપર બરાબર ગોઠવો આ ખૂણાઓ બરાબર ગોઠવ્યા છે? એક બીજાના હાથો બરાબર મળી ગયા છે? ખૂણાઓ બરાબર મળી ગયા છે? આ ઉપરથી ઠસાવો કે **સઘળા કાટખૂણાઓ બરાબર છે.**

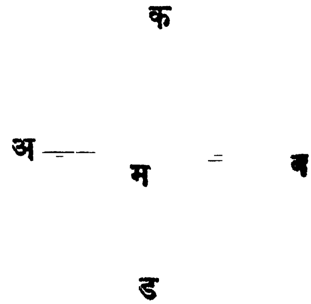
એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખૂણો થાય તો તે બે લીટીઓમાંની એક બીજીને લંબ છે એમ કહેવાય છે. આકૃતિમાં **अब**, **बक**ને લંબ છે; અને **बक**,**बअ**ને લંબ છે.



(ङ) લંબ દોરવાની રીત.

૧ લી રીત. કાગળનો એક કકડો લો. એ કકડામાં એક સળ વાળો. આ સળની કોરો એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. પહેલા સળથી બીજા સળ ઉપર કેવડો ખૂણો થાય છે? કાટખૂણો. આ ઉપરથી કાગળમાં સળ પાડી એક લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે શું કરવું જોઇએ? સળ કેવી રીતે પાડવો જોઇએ?

૨ જી રીત. ઉપલી રીતથી આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ આપ્યું હોય તો લંબ કેવી રીતે દોરી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળો. આપેલા બિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કંપાસના અગ્ર બિંદુથી છિદ્ર પાડો. આ બે બિંદુની વચ્ચે સળ વાળો. કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળો કોરો બરાબર મળી જાય છે? દરેક ખુણો કેવડો? કાટખૂણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે કયી રીત છે?



૩ જી રીત **अब** આપેલી લીટી છે. क આપેલું બિંદુ છે કાગળમાં સળ વાળો કે **अब**નો એક બાજુ ઉપરનો ભાગ **अब**ના બીજી બાજુ ઉપરના ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે. ફરીથી **अब** ઉપર સળ વાળો. સળોની કોરો બરાબર મળી જાય છે? આ દરેક ખૂણો કેવડો? કાટખૂણો. ઉપર **क**માંથી લંબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે?

પ્રશ્નો.

૧. તમારા ડીવાઇડર્ઝના હાથ પહોળા કરી કાટખૂણો કરો.

૨. તમારા સેટસ્કવેરના સૌથી મોટા ખૂણા કેવા છે?

૩. તમારી ચોપડીનાં પાનાના ખૂણાઓ કેવા છે?

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં ઘડીઆળમાં એક કાંટો ચાલે તો બી જો

ચાલતો નથી એમ સમજવું. કાગળનું ઘડીઆળ પટીના કાંટાવાળું અને એકથી બાર અંક સુધીનું હોય તો સારૂં. નહિ તો તે બનાવવું.

૩. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાટો ૩ ઉપર આણો તો બે કાંટાની વચ્ચેનો ખૂણો કાટખૂણા કરતાં નાનો કે મોટો છે?

૪ બે કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાટો બાર ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખૂણો થયો?

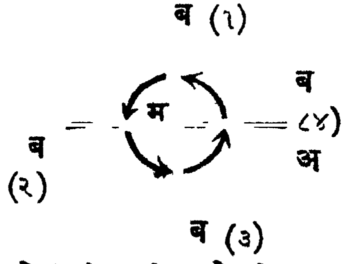
૫. બન્ને કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાટો ૯ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો થયો?

૬ બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે એક કાટો ૧૨ ઉપર લઇએ તો બે કાટા વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો થયો?

૭. બન્ને કાંટા ૫ ઉપર છે એક કાટો ૨ ઉપર લો તો બન્નેની વચ્ચેનો કેવડો ખૂણો થશે? બીજાને હવે ૮ ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખૂણો થશે?

(બ) કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ થતા ખૂણાનો સરવાળો.

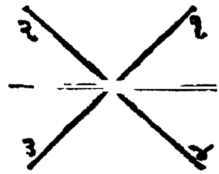
પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે મ અ પટી ઉપર મ બ પટી મુકો. એની વચ્ચે કેવડો ખૂણો થાય છે? બન્ને પટી કેવી રીતે મુકેલી છે? પછી મ અ ને સ્થિર રાખી મ બ ને બ (૧) સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો.



હવે એ પટીઓ કેમ આવી છે? એની વચ્ચે કેવડો ખૂણો થયો છે? કાટખૂણો. એ વખતે કેટલા કાટખૂણા થયા છે? એક કાટખૂણો. પછી મ અ ને એજ સ્થિતિમાં રાખી મ બ ને બ (૨) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. હવે મ બ (૧) અને મ બ (૨) ની વચ્ચે કેવો ખૂણો થયો? એ કેટલા કાટખૂણા છે? મ અ અને મ બ (૨) ની વચ્ચે કેટલા કાટખૂણા થયા? બે કાટખૂણા. મ બ ને ફરીથી આગળ મ બ (૩) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ

ફેરવો. **म ब** (૨) અને **म ब** (૩) ની વચ્ચે કેવડો ખૂણો થયો ? એ કેટલા કાટખૂણા છે ? હવે **म अ** અને **म ब** (૩) ની વચ્ચે કેટલા કાટખૂણા થયા છે ? **ત્રણ કાટખૂણા.** **म** અને **ब** ફરીથી **ब** (૪) ની એટલે **अ** ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. **म ब** (૩) અને અને **म ब** (૪) ની વચ્ચે કેવડો ખૂણો થયો ? **म अ** ને **म ब**(૩)વચ્ચે કેવડો ખૂણો થયો ? એ ખૂણો કેવો છે ? ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં (દિશા બતાવવી) જતાં **म अ** અને **म ब** ની વચ્ચે કેટલા કાટખૂણા થયા ? **ચાર કાટખૂણા.**

વળી કાગળમાં કાટખૂણો થાય તેમ સળો વાળી કાગળ ઉકેલી બતાવો કે સળના *છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખૂણા થયા ? એ ખૂણા કેવા છે ? કેટલા કાટખૂણા છે ?

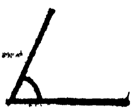


વળી પાસે પ્રમાણે એ લીટી કાટખૂણે દોરો. છેદન બિંદુ (**म**) આગળ કેટલા કાખૂણા છે ? **म** ૧ દોરો. એ ચાર કાટખૂણામાંથી કોઈ ભાગ ઘટયો છે ? કોઇ વધ્યો છે ? **म** ૨, **म** ૩, **म** ૪, વગેરે દોરી એ નિયમ ઠસાવો.

આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી ઉપ-રથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમાં પાછી આવે તો કેટલા કાટખૂણા થાય છે ? એ લીટી કેટલા કાટખૂણામાંથી ફરે છે ? **ચાર કાટખૂણા.**

એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીઓ દોરીએ તો તે લીટીઓની વચ્ચેના ખૂણાનો સરવાળો શું ?

આ નિયમ ઠસ્યા પછી નીચેની **વ્યાખ્યા** કરાવવી.



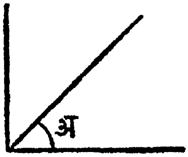
વ્યાખ્યા—એક કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને ઉનકાટખૂણ (ઉન= ઓછો, કાટખૂણાથી ઓછો) કે સાંકડો ખૂણો કહે છે.

* બે લીટી (સીધી કે વાંકી) જે બિંદુમાં છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ છે.

વ્યાખ્યા—એક કાટખૂણાથી મોટો પણ બે કાટખૂણાથી નાનો ખૂણો હોય તે **અતિકાટખૂણ** (અતિ=મોટો, કાટખૂણાથી મોટો) કે **પહોળો ખૂણો** કહે છે.



વ્યાખ્યા—બે ખૂણાનો સરવાળો એક કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **એક કાટખૂણપૂર્ણી** યા **કોટિખૂણો** કહે છે.

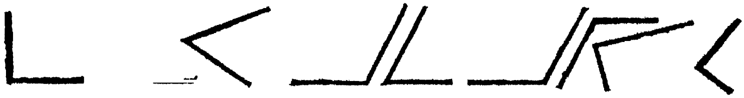


વ્યાખ્યા—બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી** કે **ન્યૂનતાપૂરક** ખૂણો કહે છે.

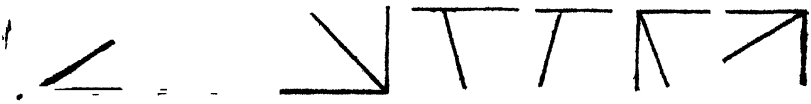


પ્રશ્નો.

૧ નીચેના ખૂણાઓમાં સાંકડા ખૂણો કયો, પહોળો ખૂણો કયો અને કાટખૂણો કયો?

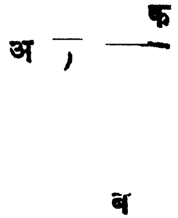


૨. નીચેના ખૂણાઓમાં કોટિખૂણા કયા અને ન્યૂનતા પૂરક કયા?

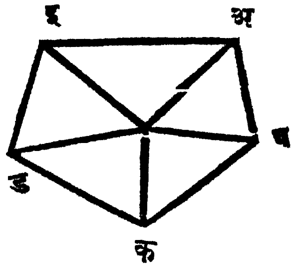


૩ ઉપર પ્રમાણે દશ ખૂણાઓ કાઢી પ્રશ્ન ૧ અને ૨ પ્રમાણે પ્રશ્ન પૂછી ખૂણાઓનો પ્રકાર ઠરાવો.

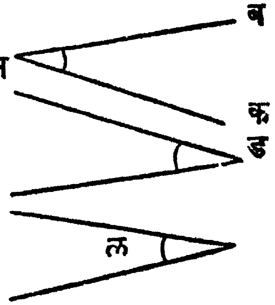
(છ) ખૂણો ઓળખવાની રીત.



બે લીટીઓ દોરી એક ખૂણો બનાવો. અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો. જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખૂણો થાય છે તેને તે ખૂણાની **શાખા લીટી** કે **હાથ** કહે છે. **अब**, **अक** ખૂણાના હાથ છે. એ શાખા લીટીઓ જ્યાં મળે છે તે બિંદુને ખૂણાનું **શિરોબિંદુ** કે **કોણબિંદુ** કહે છે. ઉપલી આકૃતિમાં **अ** બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખૂણાનું નામ આપવા માટે આપણે ખૂણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે મૂકી તેની આજુબાજુ શાખા લીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ છીએ. જેમ કે ઉપલો ખૂણો **बअक**, અથવા **कअब** કહેવાય છે.



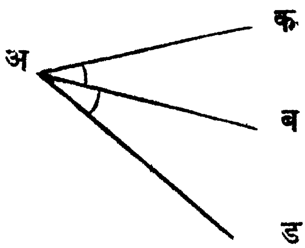
વળી કોઇ પણ આકૃતિને અક્ષરથી ઓળખવા માટે કોઈ પણ ખૂણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઇ ત્યાંથી અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે નીચેથી) અનુક્રમે બોલવાનો (મૂળ અક્ષર આવે ત્યા સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ) રિવાજ છે ઉપલી આકૃતિ **अबकडइ बकडइअ**, વગેરે, અથવા **अइडकब, इडकबअ**, વગેરે બોલાય છે. સામાન્ય રીતે જે અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાંના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે, જેમકે ઉપલી આકૃતિ **अबकडइ** બોલાય છે.



ખૂણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે જેમકે પાસેનો ખૂણો **बअक** થી ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઇ વખતે ખૂણાની શાખા લીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી ખૂણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મુકાય છે. જેમકે **बअक** ખૂણો **ड** અથવા ખૂણો **ल** થી પણ ઓળખાય છે.

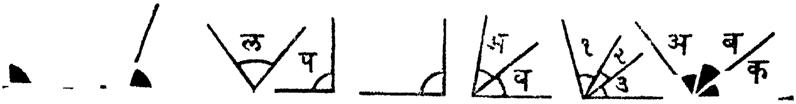
સંજ્ઞા (ટુંકી રીત) "ખૂણો" શબ્દને માટે ∠ આવું ચિહ્ન ખૂણા ની **અગાઉ** મુકવાનો રિવાજ છે. જેમકે ∠**अबक** એટલે ખૂણો **अबक**; ∠ **ड**=ખૂણો **ड**; ∠**ल**=ખૂણો **ल**.

વ્યાખ્યા—પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે બે ખૂણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમાં તે ખુણાઓ મળતા હોય તો એ ખૂણાને **પાસે પાસેના** ખૂણા કહે છે.



अडની ઉપર **अ** સ્થિર રાખી **अब**ને ફેરવો. **अक**માં તે આવે ત્યારે અટકો. કયો ખૂણો થયો? **डअक**. પછી **अड**થી લઇ **अब**ની સ્થિતિમાં અટકો કયો ખૂણો થયો? **डबअ**. અને **अब** હજુ આગળ લઇ **अक** આગળ અટકો કયો ખૂણો થયો? **बअक**. **डअक** અને **बअक** ખૂણાને ભેગા કરીએ તો કયો ખૂણો થાય? **डअक**. આ ઉપરથી શું સમજો છો તે કહો

પ્રશ્ન.

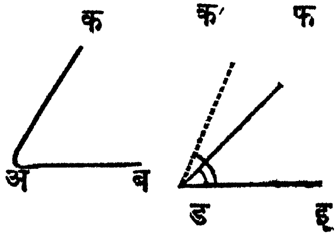


ઉપલી આકૃતિમાના ખૂણાઓને નામ આપો. કયા કયા ખૂણા પાસે પાસેના ખૂણા છે? નામ આપી ને ખૂણાઓ કહો

(ज). ખૂણાઓની સરખામણી.

બે ખૂણામાં કયો કોનાથી મોટો છે તે પારખવાની રીત.

પાસે પ્રમાણે **बअक**, **इडफ** બે ખૂણાઓ લો. **बअक** ખૂણા ઉપર તેલીઓ કાગળ અથવા કોઇ પાતળો (ઉપરથી નીચેનો ખૂણો દેખાય એવો) કાગળ મૂકો, અને નીચેના



बअक ખૂણાની નકલ પેન્સીલથી કાગળ ખસ્યા વિના કરો. એ કાગળને

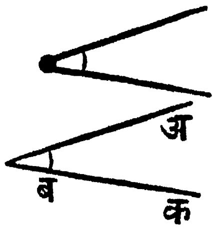
ઉંચકીને अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે તેમ ગોઠવો. अक इफनी બહાર પડે છે, કે અંદર પડે છે? डफ ઉપર डक'ને લાવવા માટે શું કરવું જોઇએ? ત્યારે इडक' ખુણો નાનો કે મોટો થશે? ત્યારે इडक' ખુણો इडफना કરતાં નાનો કે મોટો છે? इडफ' ખુણો अबकना કરતા મોટો કે નાનો છે? કે બરાબર છે? ત્યારે बअक ખૂણો, इडफ ખૂણા કરતા મોટો કે નાનો છે?

ब अ क ખૂણાને નાનો દોરી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરવા.

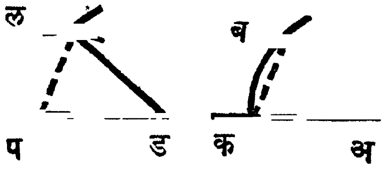
તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખૂણાની નકલ કરવી હોય તો બીજી *કોઇ રીતે તેવડો ખૂણો બનાવી ઉપર પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો.

---

*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છે.



(૧) बअक ખૂણાની નીચે કાગળ મુકો ઉપરથી, अ, ब, क માથી ટાંકણીથી છિદ્રો પાડો ખૂણો ઉપાડી લઇ નીચેના કાગળમા જ્યા છિદ્રો પડ્યાં છે ત્યાં क' अ', ब' अ' સાંધો. તો क' अ' ब' ખૂણો कअब ખણાની ખરેખરી નકલ છે.

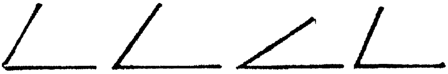


(૨) बअक ખૂણો अब ને अक ની ઉપર ફેરવીએ તો બને છે માટે अ ब ત્રિજ્યા વર્તુળના क ब ભાગમાથીજ ફરી છે. માટે વર્તુળના क ब ભાગ જેટલાજ ભાગમાંથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો क अ ब ખૂણા જેવડો ખૂણો થશે. માટે अ क ના જેવડી ड प લીટી લો. અને ड મધ્યબિંદુ લઇ अ क ના જેવડી (डप બરાબર) ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળનું કોસ દોરો. અને क ब માપી લો.

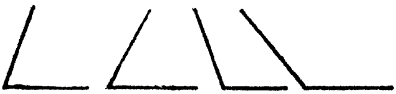
પ્રશ્નો.

૧. તેલીઆ કાગળ ઉપર પાંચ ખૂણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઈ ફરીથી ખૂણો ગોઠવી તપાસી જુઓ કે ખૂણો બરાબર થયો છે કે નહિ.

૨. પાસેના ખૂણાઓની જોડોમાં બબ્બે ખૂણા સરખાવી કયો કોનાથી મોટો છે તે બતાવો.



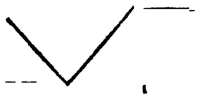
૩. પાસેના ખૂણાઓની જોડોમાં બબ્બે ખૂણા સરખાવી મોટો કયો અને નાનો કયો તે કહો.



૪. પાસેના ખૂણાઓ સરખાવો.



૫. પાસેના ખૂણાઓમાં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો કયો ?



૬. હાથથીજ દશ કાટખૂણા કાઢો, અને બબ્બેને સરખાવી જુઓ. કાંઈ ફેર લાગે છે કે નહિ ?

૭. હાથથીજ દશ સાંકડા ખૂણા કાઢો.

૮. હાથથીજ દશ પહોળા ખૂણા કાઢો.

ड મધ્યબિંદુ અને क ब ત્રિજ્યા લઇ બીજું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ આગલા કૌંસને ल માં છેદે છે. डल સાધો ખરું જોતાં આપણે क अ ब ને ન ઉંચકતાં તેના ત્રણે ભાગો (ત્રણ બાજુ) જુદી પણ તેવીજ સ્થિતિમાં મુકી છે. માટે पडल ખૂણો क अ ब ખૂણા બરાબર છે.

પાંચ દશ ખૂણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેના જેવડા ખૂણા વિદ્યાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને ઠસાવવી.

(ક) ખૂણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામાં સજો વાળી એક કાટખૂણો બનાવો. અને તે કાપી કાઢો. કાટખૂણાની શાખા લીટીઓ એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળો. કાટખૂણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે? દરેક ભાગ કેટલો કાટખૂણો છે? અર્ધો એવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી એવળ વાળો. હવે કાટખૂણાના કેટલા ભાગ થયા છે? દરેક ભાગ કેટલો કાટખૂણો છે? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સોળ ભાગ કરીએ તો દરેક ભાગને આનો કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કીધેલા છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે. કોણમાપક ઉપરના અંશ બતાવવા અને તેની સખ્યા બરાબર સમજાવવી ખાત્રી કરવી કે એક કાટખૂણના ૯૦ ભાગ છે.

એક લીટીને બીજી લીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમાં ફેરવવાથી ખૂણો થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયુ છે એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે; અને એ પ્રમાણે એક કાટખૂણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કોઇ પણ ખૂણો માપવો હોય તો તે આ અંશ અથવા વર્તુળના ૩૬૦ મા ભાગ પરથી મપાય છે *

સંજ્ઞા—અંશ શબ્દને માટે આંકડાની ઉપર ° આવું ચિન્હ જમણી બાજુના ઉપલા ખૂણા ઉપર મકવામાં આવે છે જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અશ, ૪૦° એટલે ૪૦ અંશ ૩૧૫°=૩૧૫ અંશ

પ્રશ્નો.

૧. એક કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? અર્ધા કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? $\frac{૧}{૩}$ કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? $\frac{૧}{૪}$, $\frac{૧}{૫}$, $\frac{૧}{૬}$, $\frac{૧}{૯}$, $\frac{૧}{૧૦}$, $\frac{૧}{૧૫}$, $\frac{૧}{૩૦}$ કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? $\frac{૨}{૩}$, $\frac{૩}{૫}$, $\frac{૪}{૧૫}$, કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે?

* પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમા ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરો કરે છે. આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખૂણાના ૩૬૦ ભાગ કીધેલા લાગે છે ૩૬૫ના કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા વધારે સારી વિભાજ્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના દિવસ ૩૦ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ લેખવામા આવે છે.

૨. ઘડીઆળમાં ૩ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૩. ઘડીઆળમાં ૫ વાગે ત્યારે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૪. ઘડીઆળમાં ૬ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૫. ઘડીઆળમાં નીચે બતાવેલા વખતે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

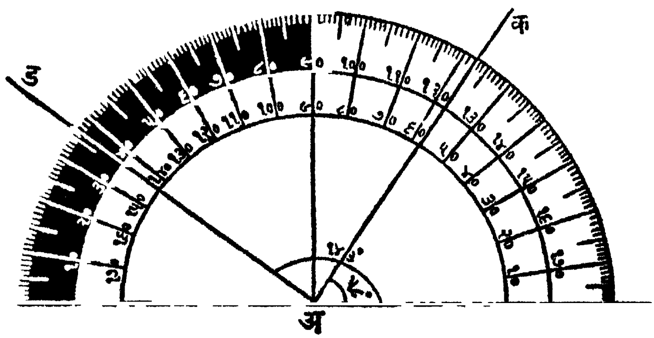
(૧) ૨ ૦, (૨) ૪ ૦, (૩) ૮.૦, (૪) ૯.૦, (૫) ૧૧.૦, (૬) ૧૨.૦; (૭) ૧.૦, (૮) વગેરે

૬. પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બન્ને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અંશ છે તે કહો

(૧) ઈશાન અને પૂર્વ, (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ, (૩) નૈર્ઋત્ય અને પશ્ચિમ, (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ, (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર, (૬) ઈશાન અને પશ્ચિમ, (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ, (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ.

(ઞ) ખૂણા માપવાની રીત.

કોઇ પણ (**बअक**) ખૂણો માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છે:– કોણમાપક (પ્રોટેક્ટર)ને **बअक** ખૂણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે સાહિત્યની સીધી કોર **अब** સાથે ઉપરથી જોતા બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેક્ટરનું મધ્ય બિંદુ ખુણાના શિરોબિંદુની સાથે મળે જુઓ કે આપેલા ખુણની બીજી શાખા લીટી **अ क** પ્રોટ્રેક્ટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાંથી જાય છે **अ ब** થી લઈ અંશ ગણતા **अ क** સુધીમા કેટલા અંશ આવે છે? ૫૮ માટે **ब अ क** ખૂણો ૫૮°નો છે.



આપેલો ખુણો માપવા માટે કોણ માપકની નીચે ખૂણાની એક શાખા લીટી સાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખૂણાનું શિરોબિંદુ પ્રોટ્રેકટરના મધ્યબિંદુ સાથે બરાબર મળી જાય છે. ત્યાર પછી બતાવવું કે ખુણાની બીજી શાખા લીટીથી થનો ખુણો સાહિત્યની જમણી બાજુએથી કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. ब अ क ખૂણાની अ क બીજી શાખા લીટી જમણી બાજુએ ખૂણો કરે છે, અને ब अ क ખૂણાની બીજી શાખા લીટી अ ड પણ જમણી બાજુએ ખૂણો કરે છે માટે अ क ઉપર આવેલા અને अ ड ઉપર આવેલા અંશના બન્ને જુદા આંકડા પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશના આંકડા ગણવા પરંતુ इ अ ड ખૂણો માપવો હોય તો इ अ સાથે अ डથી થતો ખૂણો ડાબા હાથ તરફ માપવો છે. માટે इ આગળના ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણવા.

પ્રોટ્રેકટરથી આપેલા ખૂણા માપવામાં જમણી બાજુના કે ડાબી બાજુના અંશના અંકથી શરૂ કરવું જોઇએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં બરાબર ઠસાવવું જોઇએ.

પ્રશ્નો.

૧. તમારા સેટસ્કવેરના ખૂણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

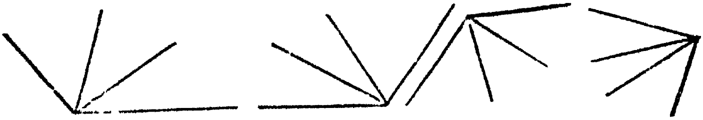
૨. તમારૂં ડીવાઈડર્ઝ પહોળું કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખુણાના અંશ આશરે કહો તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખૂણો માપી જુઓ. (અજમાયશથી અને માપથી કહેલા અંશોમાં ત્રણેક અંશનો ફેર પડે તો તે ચાલશે.)

૩ પાંચ ખુણાઓ દોરો. એ ખૂણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અંશના છે તે કહો

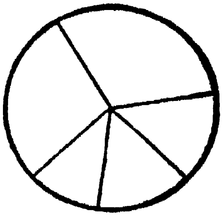
૪. નીચે આપેલા ખૂણાને પહેલાં આખા માપો, પછી દરેક જોડના પેટા ખૂણાઓને જુદા જુદા માપો; પછી સરવાળો કરી આખા ખૂણાના જેટલા અંશ થાય છે કે નહિ તે જુઓ.



૫. પ્રશ્ન ૪ પ્રમાણેજ નીચેના ખૂણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

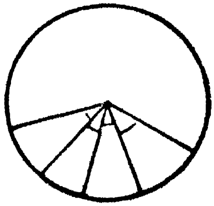


૬. એક વર્તુળ દોરો. પરિધિ ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુ લઇ તેને મધ્ય બિંદુ સાથે સાંધો. પછી મધ્યબિંદુ આગળ થતા પાચ ખુણાઓ માપી સરવાળો કરો આ પ્રમાણે વર્તુળમાં મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા છે ?

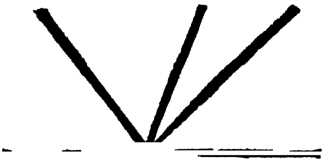


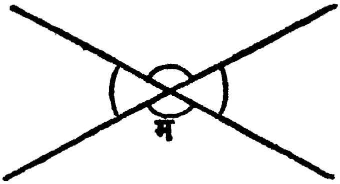
૭. પ્રશ્ન ૬ પ્રમાણે વર્તુળ દોરી પરિધિ ઉપર ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, વગેરે બિંદુઓ લો. અને પ્રશ્ન ૬ પ્રમાણેજ બધા ખુણા માપો. પરિણામ શું છે ?

૮. વર્તુળ દોરી પરિધિ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કંપાસથી લો. એ છેદનબિંદુઓ મધ્ય બિંદુ જોડે સધો. અને એ બબ્બે ત્રિજ્યા વચ્ચે ના ખુણા માપો આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? આ ખુણાઓ સરખા છે ?

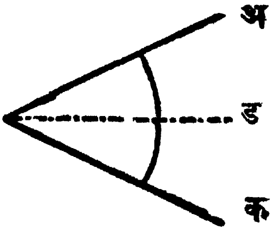


૯. નીચેની આકૃતિના ખુણા માપી સરવાળો કરો અને તે કેટલા કાટખુણા છે તે જુઓ.



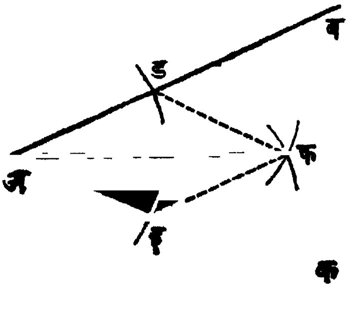


(ટ). ખૂણો દુભાગવાની રીત.



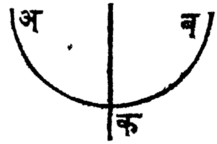
૧ લી રીત. **अबक** ખૂણો લો. ∠**अबक** ને એવી રીતે એવડ વાળો કે **बअ** શાખા લીટી **बक** ઉપર પડે, અને સળ **ब** માંથી **ब** જાય **अबक** આખા ખૂણાના કેટલા ભાગ થયા છે ? એ ભાગો એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખુણાના કેવા ભાગ થયા છે? **એ સરખા ભાગ.**

ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌંસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનું પુનરાવર્તન અત્રે કરવું.

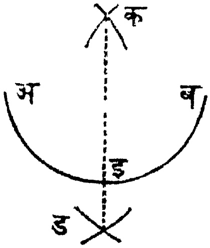


૨ જી રીત. ∠**बअक** લો. **अ** મધ્યબિંદુ લઇ કોઇ પણ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ **अब**ને **ड** માં અને **अक**ને **इ**માં છેદે છે. **ड** અને **इ** મધ્ય બિંદુ લઇ અને એકજ ત્રિજ્યા લઇ બે કૌંસો **फ**માં છેદે તેમ દોરો.. **फअ** સાંધો. **फअ**, **बअक** ખૂણાને દુભાગે છે.

વર્તુળના આપેલા કાંસને દુભાગવાની રીત.



૧ લી રીત. अबक કોઇ પણ કાંસ લો. કાગળને બેવડ વાળો કાંસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર अ, ब ઉપર પડે તેમ, બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો. આ સળ अबને कમાં છેદે છે. अबના કાંસ क આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.



બીજી રીત. अइब કાંસ લો. अ,ब મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કાંસ कમાં છેદે તેમ દોરો. અને अ,ब મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખા) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કાંસ દોરો. આ કાંસ डમાં છેદે છે. कड સાંધીએ તો તે આપેલા अइब કાંસને इમાં દુભાગે છે.

નોટ—જે ત્રિજ્યાઓ લઇએ તે अब અંતરના અર્ધાથી વધારે હોવી જોઇએ, નહિ તો કાંસ એક બીજાને છેદશે નહિ.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ખૂણો લો તેને ૧ લી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૨. કોઇ પણ ખૂણો લો. બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩. કોઇ પણ ખૂણો લો. ૧ લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨જી રીતે દુભાગો. આપેલો ખૂણો એકજ લીટીથી દુભાગાય છે.

૪. એક વર્તુળ દોરી તેનું अब કાંસ લો. अबને ૧લી રીતે कમાં દુભાગો. कને મધ્યબિંદુ म સાથે સાંધો. અને अम, बम પણ સાંધો. अमक, बमक ખૂણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખૂણા સરખા છે?

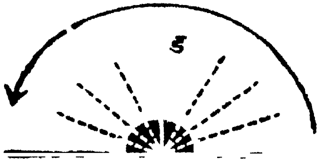
૫. પ્રશ્ન ૪થાના કાંસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમાં કહ્યા પ્રમાણે કરો.

૬. એક વર્તુળ લો. તેનું अब કૌંસ લો. अ, बने म મધ્યબિંદુ સાથે સાધો. ∠बमअने मकथी દુભાગો. मक, अब કૌંસને દુભાગે છે?

૭. એક ∠अबक લો. તેને પ્રોટ્રેક્ટરથી માપી અંશનું અર્ધું કરો. ∠अबकने દુભાગો. પરિણામ સરખાવો.

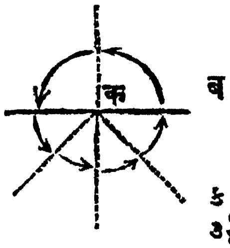
(ઠ) અતિદ્વિકાટખૂણુ

कब લીટીની આસપાસ कडने બતાવેલી તીરની દિશામાં ફેરવીએ તો बकड ખૂણો મોટો અને મોટો થશે. ફરતી લીટી कडमां આવે ત્યારે ∠बकड કાટખૂણો થશે, અને कअ માં આવે ત્યારે बकअ બે કાટખૂણા અથવા દ્વિકાટખૂણુ થશે

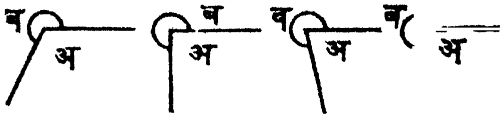


ક(૧)

ફરતી લીટીને હજુ પણ આગળ તીરની દિશામાં લઇ જઇએ તો ખૂણો મોટો અને મોટો થશે. એટલે ક (૨) ની આગળથી ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં લીટીનો છેડો ક૨$\frac{1}{2}$, ક૩, ક૩$\frac{1}{2}$ આગળ લઇ જઇએ તેમ कब આગળથી થએલો ખૂણો મોટો અને મોટો થાય છે. અને એમાની કોઈ પણ જગ્યાએ बकक ખૂણો બે કાટખૂણા કરતાં મોટો છે,



પરંતુ ચાર કાટખૂણા કરતાં નાનો છે. આવા ખૂણાને, એટલે ખૂણો, બે કાટખૂણા કરતાં મોટા પણ ચાર કાટખૂણા કરતાં નાના ખૂણાને **અતિ દ્વિકાટખૂણુ** (અતિ=મોટો, દ્વિ=બે) કહે છે. એ ખૂણાને **અંતર્ગામી** પણ કહે છે, કારણ કે क કરની સ્થિતિ છોડયા પછી ફરતી લીટી ब છેડાથી દૂર જવાને બદલે અંદર (અંતર) જાય છે (ગામી). નીચેના બતાવેલા ખૂણા બધાજ અતિ દ્વિકાટખૂણુ છે.



ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતાં વધારે ફરે તો એથી દ્વિકાટખૂણ થાય છે એમ માલમ પડશે. વળી લીટી જેમ જેમ ફરે છે તેમ તેમ ब ખૂણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરંતુ સામેની બાજુનો अ ખૂણો નાનો અને નાનો થાય છે. માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખૂણા થય છે તેમાથી એક બે કાટખૂણા કરતાં મોટો, અને બીજો બે કાટખૂણા કરતાં નાનો છે.

નોટ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો લેવા કહ્યું હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખૂણાથી નાનો) ખૂણો લેવાનો રીવાજ છે, પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિદ્વિકાટખૂણ કે અંતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. ઘડીઆળમાં નીચે આપેલા વખતે બે કાંટાની વચ્ચે જે અતિ દ્વિકાટખૂણ થાય છે તે કેટલા કેટલા અંશનો છે?

(૧) ૫–૦; (૨) ૭–૦; (૩) ૪–૦; (૪) ૮–૦; (૫) ૩-૦;

(૬) ૯–૦; (૭) ૧૦–૦; (૮) ૨–૦.

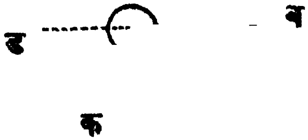
૨. પાંચ અતિ દ્વિકાટખૂણ લઈ તેમાં દરેકમાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે કહો.

૩. પ્રશ્ન ૨માં બે લીટીઓની વચ્ચેના નાના ખૂણામાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે કહો.

૪. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખૂણ ખૂણો નાના ખૂણાથી ૩ ગણો છે તો તેમાં કેટલા અંશ છે?

૫. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખૂણ ખૂણો નાના ખૂણાથી ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, ૧૪ ગણો છે તો તેમાં કેટલા કેટલા અંશ છે? (જુદી જુદી આકૃતિ દોરવી.)

નોટ—અતિદ્વિકાટખૂણુ માપવાની રીત. अ ब क અતિદ્વિકાટખૂણુ લો. ब अ ને લંબાવો તો ब अ ड ખૂણો બે કાટખૂણુ બરાબર છે. ड अ क ને કોણુમાપકથી

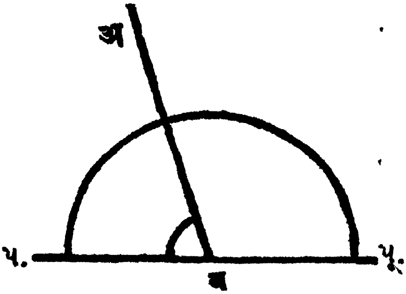


માપો. જે માપ આવે તે બે કાટખૂણામાં ઉમેરો. સરવાળો અતિદ્વિકાટખૂણુનું માપ છે. ઉપરના અતિદ્વિકાટખૂણુ ખૂણાઓ ઉપલી રીતે માપો.

---

§ ૪. બેરીંગ* અથવા કોણુ અંતર.

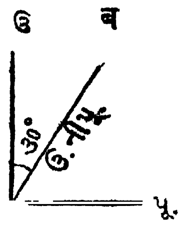
એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય તે જોવાની રીત:— अ સ્થળ ब સ્થળથી કયી દિશામાં છે એ આપણે જાણવું છે. ब સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામાં છે. ब થી अ સુધી એક લીટી દોરો આ લીટી ब માંથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશા લીટી સાથે કયો ખુણો કરે છે તે પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. ધારો કે ∠ ब, ૭૫° છે. આ ખૂણો દિશા લીટીની કયી દિશાએ છે?



ઉત્તરે. માટે अ સ્થળ ब થી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૭૫° છે એમ કહેવાય છે.

---

* બેરીંગ્ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશાઓની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ કે કોણુઅંતર છે.



આ અંતર ब થી अ નું કોણઅંતર અથવા બેરીંગ કહેવાય છે.

છેદન બિંદુ म આગળથી ब નું કોણ અંતર કાઢવું હોય તો म માંથી ચાર મુખ્ય દિશાઓ દોરો. मब સાંધો. मब લીટી ૫. કયી દિશા લીટી સાથે ખૂણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખૂણો માપો. એ ૩०° છે. માટે ब સ્થળ म આગળથી

"ઉ०ની પૂર્વે ૩०°" અથવા "ઉ० ૩०° પૂ०" કોણ અંતર છે.

પ્રશ્નો.

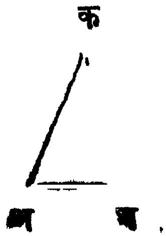
(સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નો)

૧. ग થી ड પશ્ચિમે ૯ માઇલ, ड થી ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ અને अ થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ र છે તો ग र કેટલું? ग થી र નું કોણઅંતર શું? (સ્કેલ ૧० મા.૧")

૨. हની ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ, અને દક્ષિણે ड ૨૪ માઇલ છે. अ ની પશ્ચિમે क છે. જો कड ૪૨ માઇલ છે તો कड અને कअ અંતર કેટલાં? क થી डનું, અને अનું કોણ અંતર શું? (સ્કેલ ૧०માં. ૧ સે.મી.)

૩. अ દીવાદાંડીથી ब વહાણ ઉત્તરે છે અને क વહાણ ઈશાને છે. क, बની પૂર્વે છે. જો बक=૫૭ માઇલ તો अ,बનું અંતર શું? अથી बનું કોણ અંતર શું? (સ્કેલ ૧० મા: ૧ સે. મી.)

નીચેનામાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.



૪. अबक અને बअक ખૂણો દરેક ૭૫° નો છે. अब પૂર્વ પશ્ચિમ છે તો क, अथी કયી દિશામાં છે? क, बथी કયી દિશામાં છે?

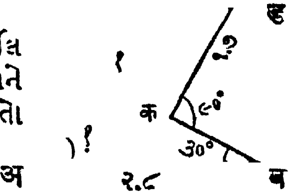
૫. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઇલ દુર છે. એક વહાણ એક બંદરથી ઇશાનમાં છે અને બીજા બંદરથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું?

૬. अ,बथी પૂર્વમાં ૫ માઇલ છે અને क,बथી દક્ષિણમાં ૭ માઇલ છે, તો अक અતર કેટલું? अથી कનું કોણ અંતર શું?

૭ એક બેપીઓ अ ગામથી દક્ષિણમાં ૪ માઇલ જાય છે અને ત્યાંથી અગ્નિ ખૂણામાં ૬ માઇલ જાય છે જો તે ग ગામમાં પહોચે તો તે अથી સીધી લીટીમાં કેટલું ગયો? अથી गનું કોણ અંતર કાઢો.

૮. अ,થી ब ૨૨ માઇલ પૂર્વમા ગયો, પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે अ, बથી કેટલે દૂર ગયો? बથી अનું કોણ અંતર શું?

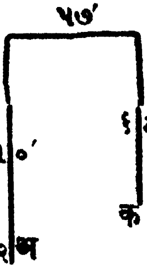
૯. એક માણસ अથી ब સુધી ૨૮ માઇલ ૩૦°ને અતરે, बથી क સુધી ૧૩ માઇલ અને कથી ड સુધી કાટખૂણે ૧૭ માઇલ જાય તો अड કેટલું? अથી डનું બેરીંગ શું?



૧૦. એક આગબોટ પશ્ચિમમાં, પછી ઉત્તરમાં, પછી પૂર્વમાં જાય છે. જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૭૫ માઇલ અને પશ્ચિમમાં ૧૮૦ માઇલ જાય તો ઉત્તર અને પૂર્વમાં તે કેટલી ગઇ હશે?

૧૧. એક વહાણવટી अથી ઉત્તરમાં ब સુધી ૩૫ માઇલ, बથી પૂર્વમાં क સુધી ૪૭ માઇલ અને कથી ઉત્તરમાં ड સુધી ૩૯ માઇલ જાય તો अड અંતર શેાધી કાઢો. अ થી क કયી દિશામાં હશે?

૧૨. એક ઘોડાને એક સીધી લીલોતરી વાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. જે દોરડાથી તેને બાંધ્યો છે તે ૫૦ ફુટ લાંબું છે; તો વાડનો કેટલો ભાગ તે ઘોડો ચરી શકશે?



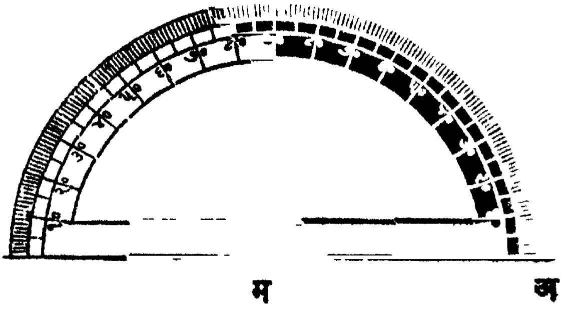
૧૩. એક ખાણુમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૭ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે. અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૬૩ ફુટ લાંબી છે, તેા अथी कनुं અંતર શું

૧૪. બે માણુસેા ૧૦૦૦ ફુટ અંતરે ઉત્તર દક્ષિણુ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણુની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે. તેા એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે ?

૧૫. ૬" લાંબું કંપાસ ૧૫°ને ખુણે ઉઘાડીએ તેા બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અંતર કેટલું ?

---

§ ૫ આપેલા અંશ ઉપરથી ખૂણેા બનાવવાનું.



मअ એક લીટી લેા. मअ લીટીના ડાબા છેડા म ઉપર કેાણુમાપકનું મધ્યબિંદુ આવે તેમ મુકેા. અને કેાણુમાપકની જમણી સીધી કેાર मअની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકેા. પછી ૬૦° (ધારેા કે)નેા ખૂણેા બનાવવાનેા હેાય તેા કેાણુમાપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર अ આગળના ૦ અંશથી ગણુતાં ડાબા હાથ પર જતાં જતાં જ્યાં ૬૦ અંશનેા અંક આવે ત્યાં તે દેાગની બરાબર નીચે क આગળ પેન્સીલના તીક્ષ્ણ છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લેા. કેાણુમાપક ઉંચકી લઇ कम સાંધેા. તેા अमक ખૂણેા ૬૦°નેા છે.

નોટ—પેન્સીલની અણી બહુજ બારીક ઘડેલી જોઇએ, નહિ તો એ અણી જાડી હોય ત્યારે એકાદ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનો સંભવ છે. **म क** લીટી બહુજ પાતળી હોય તો ખૂણો બરાબર થશે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચેના આપેલા અંશના ખૂણા કાઢોઃ—

૨૫°; ૪૯°; ૧૭°; ૫૧°; ૧૧૧°. ૧૩૦°; ૧૭૧°; અને ૧૭૯°;

૧૩°; ૩૬°; ૪૧°; ૫૯°; ૮૪°; ૧૩૭°; ૧૫૭;°; અને ૧૭૫°.

૨. ૩૨°નો એક ખૂણો કાઢો. અને તેના શિરોબિંદુ આગળ અને એક શાખાલીટીની સાથે ૪૬° નો બીજો ખૂણો કાઢો. આ આખો ખૂણો માપો. તેમાં ૭૮° છે? નહિ તો ભૂલ ક્યાં થઇ છે તે જુઓ.

૩. **बअक** ખૂણો ૪૧°નો કરો અને **कअड** ખૂણો ૪૯° નો કરો. **बअड** ખૂણો માપી જુઓ. આ બન્ને ખૂણાને અરસપરસ શું કહો છો?

૪. **बकअ** અને **अकड** ખૂણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે આપ્યા છે તો તે કાઢોઃ—**बकड** કાટખૂણો છે? માપી ખાત્રી કરો.

૩૧°, ૫૯°; ૭૧°, ૨૦°; ૪૫°, ૪૫°; ૧૭°, ૭૩°;

૫૨°, ૩૮°; ૭૨°, ૧૮°; ૬૩°, ૨૭°, ૫°; ૮૫°.

૫. ∠**अबक** ૨૭°નો ને ∠**कबड** ૫૦° નો કરો **अबड** ખૂણો માપી જુઓ. એ કાટખૂણો છે? જો હોય તો ભૂલ ક્યાં છે તે શોધી કાઢો.

૬. ઉપરના પ્રશ્નમાં બન્ને ખૂણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લોઃ—

૧૮°, ૭૦°; ૨૯°, ૬૦°; ૫૧°, ૩૭°; ૬૩°, ૨૫°;

૨૮°, ૬૧; ૫૩°, ૩૬°; ૪૭°, ૪૨°; ૬૯, ૨૦°.

બહારની શાખાલીટીઓ કાટખૂણો બનાવે છે? બનાવે તો બન્ને ખૂણાનો સરવાળો કરી કાટખૂણો હોવો જોઇએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

૭. **अबक, कबड, डबई** ખૂણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨° ના કરો. **अबइ** ખૂણો માપી જુઓ કે તે ૭૯°નો છે? ભૂલ હોય તો ક્યાં ભૂલ થઇ તે શોધી કાઢો.

૮. પ્રશ્ન ૭ માં ત્રણે ખૂણાઓ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લોઃ—

૧૭°, ૩૧°, ૪૦°; ૩૬°, ૪૪°, ૫૧°; ૩૪°, ૨૩°, ૬૧°;
પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

૮. એક ૧૨૭° નો ખૂણો કરો. તેમાંથી અનુક્રમે ૨૦° નો, ૩૧°નો અને ૪૭°નો ખુણો કાપી લો. બાકીનો ખુણો ૨૯°નો છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરો

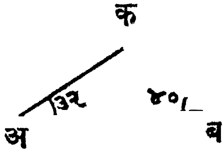
૯. પ્રશ્ન ૮ મામાં નીચે પ્રમાણેના ખૂણા લો
૧૩૭°માથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°, બાકી ૧૩°.
૭૮° માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°; બાકી ૩૧°,
૧૭૧°માથી ૪૧°, ૫૦°, ૩૯°; બાકી ૪૧°.
પરિણામ સરખાવી ભૂલ હોય તો સુધારો

૧૦. ૩૯°નો ખૂણો આશરે હાથથીજ કાઢો તેને માપી ખાત્રી કરો ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુઓ.

૧૧. ૪૫°, ૩૦°, ૬૦°, ૭૫°, ૫૦°, ૮૦°, ૨૫, ૩૭°, ૫૩°ના ખૂણા આશરે હાથથીજ કાઢો. માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ આવી હોય તો તે સુધારો.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે ખૂણા બરાબર આવે ત્યા સુધી ગમે તેટલા ખૂણા આશરે કાઢો અને માપી જુઓ.

૧૩. ૧·૨″ની अब લીટી લો. अ આગળ बअक ખૂણો ૩૨°નો કરો. ब આગળ अबक ખૂણો ૪૦°નો કરો. अब, बक લંબાવો कमा તેને મળવા દો. ∠क માપી જુઓ કે તે ૧૦૮°નો છે? આ આકૃતિને ત્રિકોણ* કહે છે.



* ત્રિકાણ.

આકૃતિમાં ત્રણ ખૂણા (ત્રિ=ત્રણ, કોણ =ખૂણા) હોય તે.
જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી થઇ હોય તેને ત્રિકોણ કહે છે.

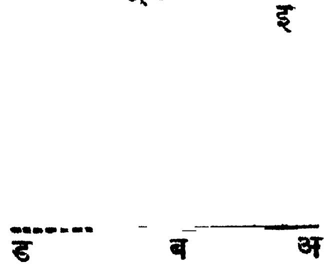


૧૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવોઃ—

(૧) अब=૩", ∠अ=૪૧°, ∠ब=૫૧°;
(૨) बक=૩·૯", ∠ब=૬૯°, ∠क=૩૧°;
(૩) फल=૫·૯ સે·મી·, ∠ल=૭૩°, ∠फ=૩૭°;
(૪) गर=૭·૭ સે·મી·, ∠ग=૧૨°, ∠र=૨૭;
(૫) अक्ष=૫·૬", ∠अ=૩૭°, ∠क्ष=૬૮°,
(૬) अक=૪ ૫", ∠अ=૫૭°, ∠क=૪૯°,
(૭) बड=૬·૭ સે·મી, ∠ब=૬૬°, ∠ड=૭૩°;

---

§ ૬. સીધી લીટીથી બનતા ખૂણા.



अबइ કોઇ પણ સાંકડો ખૂણો લો.
अबને ડાબી બાજુ ઉપર ड સુધી લંબાવો.
इबड ખૂણો સાંકડો કે પહોળો છે?

अबइ એક કાટખૂણા બરાબર લો·
अब લંબાવો, જુઓ કે इबड ખૂણો
સાંકડો કે પહોળો ખૂણો છે?

अबइ એક પહોળો ખૂણો લો अब લંબાવો જુઓ કે इबड સાંકડો કે પહોળો ખૂણો છે? अबइ એક અર્ધો કાટખૂણો કરો. अब લંબાવતાં इबड ખૂણો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. अबइ $\frac{૨}{૩}$ કાટખૂણા બરાબર કરો. अब લંબાવતાં इबड માપી કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે કહો. अबइ $\frac{૩}{૪}$ કાટખૂણા બરાબર કરો अब લંબાવતાં इबड કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે માપી કહો. इब લીટી अबड લીટી ઉપર પડે છે અને

∠अबइ ૫૩°નો છે તો इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૪૭°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૭૧°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠ अबइ ૧૧૦°નો તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૫૭°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૬૯°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે? વગેરે.

આ પ્રશ્નોમાં **अबइ** આપેલો ખૂણો કાટખૂણા કરતાં કેટલો નાનો અથવા મોટો છે તે જુઓ; **इबड** ખૂણો તેજ પ્રશ્નમાં કાટ ખૂણા કરતાં કેટલો મોટો કે નાનો છે તે જુઓ. આ બન્ને પરિણામ પરથી ∠**अबइ** અને ∠**इबड** વચ્ચે કાંઇ સંબંધ જુઓ છો? એ સંબંધ કેવો છે? બન્ને ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે? ત્યારે તે ખૂણા કેવા છે? ન્યૂનતા પૂરક કે દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણ. એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો એ પ્રમાણે થતા પાસે પાસેના ખૂણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો?

"એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે."

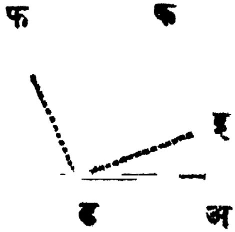
પ્રશ્નો.

૧. **अकब** લીટી ઉપર **डक** લીટી પડે તો

∠**डकअ**=૪૫° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો?
∠**डकअ**=૧૭° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો?
∠**डकअ**=૫૩° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો?
∠**डकअ**=૯૩° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો?

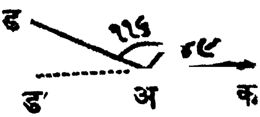
૨. **अकब** લીટી ઉપર **डक** લીટી પડે અને ૭૫°નો ખૂણો કરે તો **डकब** ખૂણો કેટલા અંશનો છે?

૩. **अब** એક લીટી છે. અને તેની સાથે **डक**, એક ૧૨૯° નો ખૂણો કરે છે, તો **डकब** ખણો કેવડો છે?



अब એક લીટી દોરો. **कडअ** કોઇ પણ ખૂણો **कड** દોરી કરો. **कडअ** ખૂણાને સળ વાળી દુભાગો; અને **कडब** ખૂણાને સળ વાળી દુભાગો. **इडफ** ખૂણો માપી જુઓ.

इड, **डफ**ની વચ્ચે કેવડો ખૂણો થયો? એક કાટખૂણો. આ ઉપરથી **अडक**, **कडब** ખૂણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? એ બે ખૂણાઓનો અરસપરસ સંબંધ શું છે?



અબ એક લીટી લો. તેની એક બાજુએ **બઅક** ખૂણો ૪૯°નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ **બઅડ** ખૂણો ૧૧૬°નો કરો. **કઅડ** ખૂણો કેટલા અંશનો છે? એ બે કાટખૂણાથી મોટો કે નાનો છે? **કઅડ** એકજ સીધી લીટી છે? ત્યારે **બઅક, બઅડ** ખૂણાનો સરવાળો કેટલો? ત્યારે **કઅ, ડઅ** એકજ લીટીમાં લાવવાને બેની વચ્ચે કેવડો ખૂણો જોઇએ? બે કાટખૂણા બરાબર.

અબની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસે પાસે પાસેના ખૂણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરોઃ—

૬૦° અને ૧૧૫°, ૫૦ અને ૧૨૦°, ૪૩° અને ૧૧૦°;
૭૭° અને ૧૦૮°; ૧૧૨° અને ૫૧°, ૧૨૮° અને ૩૦૦;

ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો **ડઅક** એકજ સીધી લીટી હોય તો **કઅબ** અને **ડઅબ** ખૂણા વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ? આ બે ખૂણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઇએ? આ ઉપરથી કાંઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે?

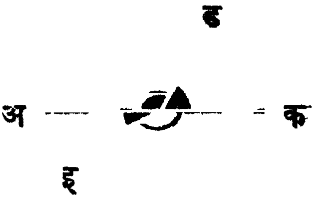
બઅક, બઅડ ખૂણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨° ના હોય તો **ડઅક** એક સીધી લીટી છે ખરી કે?

∠ **બઅક**,	∠ **બઅડ**	,,	૧૫૩°, ૨૮°;	**ડઅક**	,,	,,	,,
,,		,,	૪૦, ૧૪૧°;	,,	,,	,,	,,
,,		,,	૯૦°, ૮૯°.	,,	,,	,,	,,
,,		,,	૧૫૦°, ૬૭°;	,,	,,	,,	,,
,,		,,	૬૧°, ૧૨૨°;	,,	,,	,,	,,
,,		,,	૩૪°, ૧૪૫°;	,,	,,	,,	,,

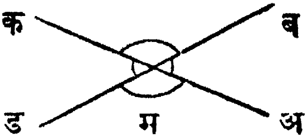
ઉપલા પ્રયોગો કર્યા પછી કાંઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં હોવાને વચ્ચેની શાખા લીટીની આજુબાજુના ખૂણાનો શો સંબંધ જોઇએ?

"જ્યારે બે પાસે પાસેના ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખાલીટીઓ (કે હાથા) એકજ સીધી લીટીમાં છે."

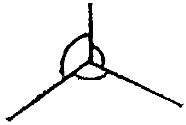
પાસેની આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢી પૂછો કે **अबक, डबक** ખૂણાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? **क ब इ, ड ब इ**, અને **अ ब इ, इ ब क** ખૂણાનો સરવાળો કેટલો છે? (**ब** છેદન બિંદુ છે.)



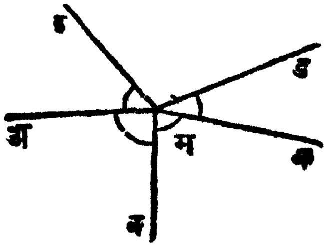
પાસેની આકૃતિમાં **अ म ब, ब म क, क म ड, ड म अ** ખૂણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણમાપકથી માપીને કહો.



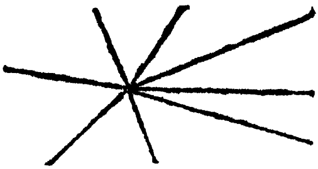
પાસેની આકૃતિમાં છેદન બિંદુ આગળના ત્રણે ખૂણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે?



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે **म** બિંદુ આગળથી પાંચ જુદી જુદી લીટી દોરો ત્યારે પાંચે ખૂણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખૂણા મળી કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે?



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિંદુ આગળ ૮ ખૂણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખૂણાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર હોવો જોઇએ તે માપ્યા વિના કહો.

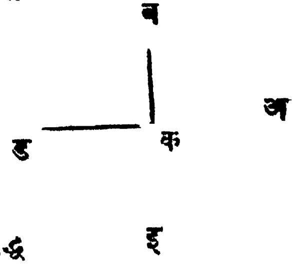


સાત, નવ, દશ ખૂણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓનાં શિરોબિંદુઓ એકજ બિંદુમાં છે તો તે બિંદુ આગળના બધા ખૂણા કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે કહો.

એકજ બિંદુ આગળ સાત ખૂણા પાસે પાસે છે. પાંચ ખૂણાનો સરવાળો ૩ કાટખૂણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?

એકજ બિંદુ આગળ ૭ ખૂણા પાસે પાસે છે. ચારનો સરવાળો ૨¾ કાટખૂણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે?

એકજ બિંદુ આગળ પાંચ ખૂણા પાસે પાસે છે ત્રણ ખૂણા અનુક્રમે ૫૭°, ૧૧૨°, ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?



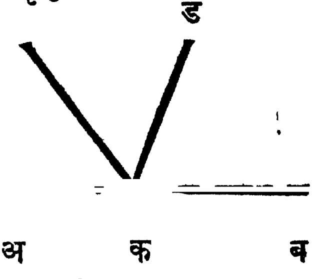
अकब ખૂણો કાટખૂણો કરો. **अक** ને **ड** સુધી, અને **बक** ને **इ** સુધી લંબાવો.

बकड ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ?

अकइ ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ?

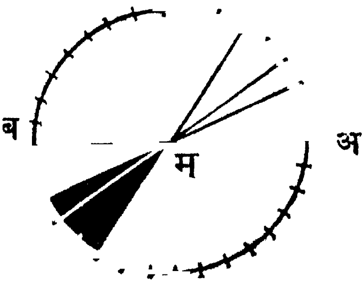
डकइ ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ?

પાછલા પ્રયોગોનો આધાર લઈ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખૂણો એક કાટખૂણા બરાબર છે.



अब લીટી લો તેના ઉપર **कड** લીટી દોરો. **बकड** ખૂણો સળ વાળી દુભાગો. **अकड** ખૂણો સળ વાળી દુભાગો. આ બે સળની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો છે તે માપ્યા વિના અનુમાનથી **સિદ્ધ** કરી કહો.

§ ૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખૂણા.



પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિઘ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો. (¼ પરિઘ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડયા છે.)

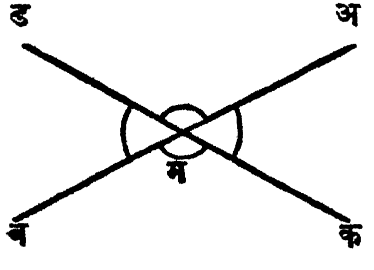
બે પાતળી પટીઓ લો. અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાં

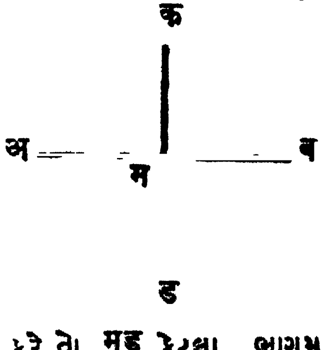
કણી મારી म મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલાં બન્ને પટીઓને સાથે રાખી આડી बअ લીટીમાં રાખો. પછી એક પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ પર ફેરવો. ઉપલી પટીનો ઉપલો છેડો ૧/૩ કાટખૂણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો છેડો કેવડા ખૂણામાંથી ફરશે ? ૧/૩ કાટખૂણામાંથી. ઉપલો છેડો ૨/૩ કાટખુણામાંથી ફરે. ત્યારે નીચેનો કેટલા ખૂણામાંથી ફરશે ? ઉપલો ૧/૨ કાટખૂણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેટલા ખૂણામાંથી ફરશે ? ઉપલો ૧ કાટખૂણાંમાથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખૂણામાંથી ફરે ? ૧ કાટખૂણામાંથી. વગેરે.

પટીઓમાં બીજી કોઇ જગ્યાએ ટાંકણી મારી તેઓને मમાં સજજડ કરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો. પટીઓ લાંબી ટુંકી કરી ટાંકણી ગમે ત્યાં મારી मમાં સજજડ કરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો.

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડો ખૂણો દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયોગમાં જુઓ. આ પ્રયોગો પરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ? પટીઓ લાંબી ટુંકી કરીએ તો જેવડા ખૂણામાંથી તે ફરે છે તે ખૂણો તેની લંબાઇ ટુંકાઈ ઉપર આધાર રાખે છે ? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગો ઉપરથી કહો કે अब અને कड લીટીઓમાંથી (ममા





ટાંકણી મારી) मक વર્તુળના ૧/૪ ભાગમાંથી ફરે તો मड કેટલા ભાગમાંથી ફરે ? कड લીટી નું क બિંદુ ૧/૨ કાટખૂણામાંથી ફરે તો ड બિંદુ કેટલા કાટ

ખૂણામાંથી ફરે ? **अड**નો **अ** છેડો વર્તુળના ⅛ ભાગ એટલે ૧ કાટખૂણામાંથી ફરે તો **ड** છેડો કેવડા ખૂણામાંથી ફરશે ? વગેરે.

એક લીટી પોતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તો તેના બન્ને છેડાઓ જે ખૂણાઓમાંથી ફરે છે તે ખૂણાઓનો કયો સંબંધ છે ? એ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

"એક લીટી તેની અંદરના કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ ફરે તો તે બિંદુથી તેની લંબાઈ ઘટે અથવા વધે તો પણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખૂણામાંથી ફરે છે."

अब લીટી **क** બિંદુની આસપાસ अ क

ફરે છે **कब** ભાગ ૪૨°ના ખૂણામાંથી ફરે તો **कअ** ભાગ કયા ખૂણામાંથી ફરે છે ? **कब** ભાગ નીચે ૧૧૨°ના ખૂણામાંથી ફરે તો **कअ** ભાગ કયા ખૂણામાંથી ફરે છે ?

अब લીટીને **कड** લીટી ममां છેદે છે. **मक** ભાગ मની આસપાસ ફરી **मब** સાથે ૫૫°નો ખૂણો કરે તો **मड** ભાગ **मअ** સાથે કયો ખૂણો કરે છે ? જો **क** છેડો **ब**થી લઇ ૭૭°, ૧૦૧°, ૬૦°, ૯૮°, ૪૯°ના ખૂણામાંથી ફરે તો **ड** છેડો **अ**થી લઇ કેવડા કેવડા ખૂણામાંથી ફરશે ?

अमक ખૂણો કેવડો છે ? **बमड** ખૂણો કેવડો છે ? બન્નેનો શો સંબંધ છે ? **बमक** ખૂણો ૪૧°નો હોય તો **अमड, अमक, बमड** ખૂણા કેવડા ? **अमक** ૧૦૭°નો છે તો **बमड, अमड, बमक** ખૂણા કેવડા ?

$\angle$**अमक**, ૫૧°, ૨૬°, ૬૮°, ૭૧°, ૧૧૩°, ૧૪૭°નો લઇ બાકીના ખૂણા કેવડા છે તે કહો. માપી ખાત્રી કરો.

ઉપલા પ્રયોગો અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખૂણામાંથી બેબેનો શો સંબંધ છે તેની કાંઇ સમજ પડે છે ?

अब, कड બે લીટી ममां છેદે તેમ દોરો. **बमक** ખૂણો કાપી લો. એને **अ म ड** ઉપર ગોઠવો. તેજ પ્રમાણે **अ म क** ખૂણો કાપી **ब म ड** ઉપર ગોઠવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો

છો ? બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા **સામસામેના** ખૂણાઓ વિષે શું અનુમાન કરોછો ?

“બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખણુઓ બરાબર છે.”

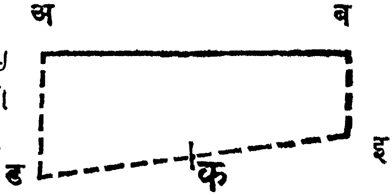
अ ब, क ड બે લીટી म માં છેદે છે, તો म આગળના ખૂણાઓમાંથી ∠अ म ड, ∠क म ब બરાબર છે એમ માપ્યા વિના સિદ્ધ કરો.

---

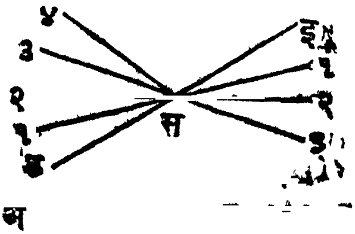
§ ૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

બબ્બે લીટીની થોડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દોરો કે કોઇ બે લંબાવતાં ડાબા હાથ તરફ મળે, કોઇ બે લંબાવતાં જમણા હાથ તરફ મળે, અને કોઇ બે બન્ને બાજુ લંબાવતાં સમૂળકીજ મળે નહિ. તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેનાં અંતરો જુઓ. આ અંતરો કેવડાં કેવડાં છે ? લીટી લંબાવતાં એ અંતરો વધારે થાય છે કે ઓછા થાય છે ? કે છે તેટલાંજ રહે છે ? કોઇ લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે, કોઇની વચ્ચેનું અંતર ઘટે છે, અને કોઇ કોઇની વચ્ચે તેનું તેજ અંતર રહે છે. જે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે તેઓને લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે ? નહિ. તેને (બીજી બાજુ તરફ) લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે ? હા. જે લીટીઓનું અંતર ઘટે છે તેને લંબાવીએ તો છેડાઓ મળે છે ? મળે છે. બીજી બાજુએ લંબાવીએ તો તે મળેછે કે નહિ ? જે લીટીઓ સમૂળકીજ મળતી નથી તેને ડાબી બાજુએ લંબાવીએ તો તેના છેડા મળે છે ? નહિ જમણી બાજુએ લંબાવીએ તો તેઓ મળે છે ? નહિ. ત્યારે આ (૩ની) લીટીઓ પહેલી બે જાતની લીટીઓ કરતાં જુદી જાતની છે. (૨)ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ (૩)ની લીટીઓ **બન્ને બાજુ મળતી નથી. આવી લીટીઓને આપણે સમાન્તર લીટીઓ કહીએ છીએ. સમાન્તર (સમ+અંતર=બરાબર+અંતર).** આ લીટીઓ કયે કયે **ઠેકાણે સરખે અંતરે રહે છે ? બધે ઠેકાણે.**

તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કોરો બતાવો. એ કોરો કેવી છે? પાટીઆની કોરો બતાવો. એ કેવી છે? વગેરે.



પાટીઆ ઉપર એક **अब** આડી લીટી દોરો. **डइ** એક બીજી લીટી લઇ તેમાં **क**માં ટાંકણી મારી **अब** ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો **डइ** ગમે તે સ્થિતિમાં મૂકી છે. બન્ને લીટીઓનાં **अड** અને **बइ** અંતર માપો આ અંતરો બરાબર છે? નહિ. કયું મોટું છે? **अड** ड છેડો **अ**ની વધારે પાસે લાવો. ड છેડાને **अ**ની પાસે લાવીએ ત્યારે **इ** છેડો **ब** ની પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે? દૂર જાય છે આ સ્થિતિમાં **अड, बइ** માપો. આ અંતરો સરખાં છે? નહિ. કયું મોટું છે? अड. डने હજુ પણ **अ**ની પાસે લો. **इ, ब**ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? દૂર ગયું. **अड, बइ** અંતરો માપો. આ અંતરો બરાબર છે? હા. डने **अ**ની પાસે લઇ ગયા ત્યારે **इ, ब**ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? डने **अ**ની પાસે લઈ જતા જતા કોઇ પણ વખતે **डअ, इब** અંતર સરખા થશે ખરા? હા. આવી સ્થિતિમાં **डइ, अब**ની વચ્ચે **अड** જેવડી એક પટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ લઇ જાવ. આ પટીના છેડાઓ **अब, डइ**ની ઉપર હંમેશા બરાબર રહે છે? હા. આવી સ્થિતિમાં બે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર હંમેશા એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટીઓ **સમાન્તર** કહેવાય છે.



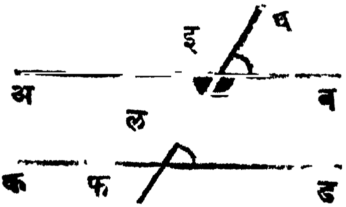
પાટીઆ ઉપર **अब** જેવી એક આડી લીટી દોરો. **म** બિંદુ આગળ ટાંકણી મારી **डइ** જેવી એક લીટી મુકો. **म બિંદુની આસપાસ डइ લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ ૧, ૨, ૩, ૪** થી બતાવી છે. **डइ ने ड** તરફ લંબા-

વીએ તો **अब** લીટીને તે મળશે ખરી? હા. કયા હાથ તરફ તે મળે છે? ડાબા હાથ તરફ. **डइ** લીટીને ૧–૧,ની સ્થિતિમાં લો. હવે તેને **ड** તરફ લંબાવતાં **अब**ને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે? હા. **डइ**ને હજુ પણ ૩–૩ની સ્થિતિમાં ફેરવો. હવે તેને **ड** તરફ લંબાવતાં **अब**ને તે મળશે ખરી? નહિ. ત્યારે શું થશે? હવે તે જમણા હાથ તરફ **अब**ને મળશે. **डइ**ને ૪–૪ની સ્થિતિમાં મુકો. હવે **डइ**ને કયા છેડા તરફ લંબાવતાં તે **अब**ને મળશે? જમણા છેડા તરફ.

આ પ્રયોગમાં **डइ** લીટી કોઇ કોઇ વખતે **ड** તરફ લંબાવતાં **अब**ને ડાબા હાથ તરફ મળે છે, અને કોઈ કોઇ વખતે **इ** તરફ લંબાવતાં **अब**ને જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ બે જાતની સ્થિતિમાં કોઇ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કોઇ પણ છેડા તરફ લંબાવતાં **डइ** લીટી **अब**ને મળેજ નહિ? હા, એવી કયી સ્થિતિ તે છે? **डइ** (૨–૨). આવી સ્થિતિમાં **अब, डइ સમાન્તર** છે એમ કહેવાય છે.

(क) ખુણાનાં નામ

अब, कद એ લીટીઓ દોરો **पफ** લીટી આ બે લીટીને અનુક્રમે **इ, ल**માં છેદે તેમ દોરો. આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે? **इ** આગળ ચાર, અને **ल** આગળ ચાર.



अ इ ल અને **इ ल द** ખૂણા વ્યુત્ક્રમ (ઉલટી બાજુના) ખુણા, તેમજ ∠ **ब इ ल** ને ∠ **इ ल क** ખૂણા વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે; ∠ **अ इ प** ∠ **प इ ब**, ∠ **क ल फ** અને ∠ **द ल फ** એ ચાર ખૂણા બહારના ખૂણા કહેવાય છે; કારણ કે આપેલી લીટીઓની બહાર એ ખૂણા આવેલા છે.

∠प इ ब અને ∠ इ ल ड ખૂણા મળતા આવતા ખૂણા કહેવાય છે.
તેમજ ∠ अ इ प અને ∠ इ ल क પણ　,,　,,
તેમજ ∠ फ ल क, ∠ ल इ अ પણ　,,　,,
અને ∠ फ ल ड, ∠ ल इ ब પણ　,,　,,

∠ अ इ ल, ∠ ब इ ल, ∠ क ल इ, ∠ ड ल इ, અંદરના ખૂણા કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની બાજુએ છે. ∠ अ इ ल, અને ∠ इ ल क, प क ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખૂણા કહેવાય છે. તેમજ ∠ ब इ ल અને ∠ इ ल ड પણ प क ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખૂણા છે

નોટ—જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખૂણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી

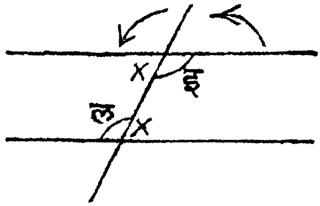
એકસરસાઇઝ બુકમાં જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાંચ જોડ લો. દરેક જોડને છેદનારી કોઇપણ આડી લીટી દોરો. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કોઈ બે વ્યુત્ક્રમ ખૂણા માપી જુઓ. દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખૂણા માપી જુઓ. અને પરિણામ સરખાવી જુઓ દરેકમાં વ્યુત્ક્રમ ખૂણાનો અરસપરસ. કાંઇ સબંધ છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કાઢો છો?

બે સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઇ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. એક વ્યુત્ક્રમ ખૂણો કાપી કાઢો. તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખૂણા ઉપર (કાપેલાનો વ્યુત્ક્રમ) મુકો. આ ખૂણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

સમાન્તર નહિ હોય એવી લીટીઓ દોરો. તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ માપી જુઓ. આ ખૂણાઓ બરાબર છે? નહિ. આ પ્રયોગો ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખૂણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓમાં કાંઈ તફાવત છે કે નહિ? હોય તો શું ફેર છે તે કહો.

"સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે."

વળી એકસર સાઇઝ બુકમાં બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ કાપી લો. તેને ઉંચકીને તીરની દિશમાં ફેરવીને ડાબા હાથ



તરફના ભાગ ઉપર ખૂણા ઉપર ખૂણા આવે તેમ મૂકો. આ પ્રમાણે કરતાં વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર મળી જાય છે? શું અનુમાન કરો છો?

સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી દોરો દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો સમાન્તર લીટીની જોડમા બહારનો કોઇ પણ ખૂણો માપો અથવા કાપી લો. અને તેજ જોડના અંદરનો તેને મળતો આવતો ખૂણો માપો અથવા કાપી લો અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખૂણો અંદરના મળતા આવતા ખૂણા બરાબર છે? અસમાન્તરોમાં એ ખૂણા બરાબર છે કે નહિ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અંદરના એક જ બાજુ તરફના બે ખૂણાઓ માપો. બન્નેનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે.

બીજી બાજુ ઉપરના બે અંદરના ખૂણાઓનો પણ સરવાળો. કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? બે કાટખૂણા.

બે સમાન્તરો લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો. સમાન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અંદરના ચારે ખૂણા બરાબર કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખૂણાઓને એક લીટીની સાથે બરાબર મૂકો. શું અનુમાન કરો છો? આ ખૂણાઓ મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે? બીજી જોડમાં પણ એમજ કરો. આ ખૂણાઓ મળી કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? બે કાટખૂણા.

લંબાવતાં ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો જમણી બાજુ પરના અંદરના ખૂણાઓ માપો. આ ખૂણાઓ મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે બે કાટખૂણા કરતાં તે મોટા કે નાના છે? મોટા ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખૂણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે? નાનો

લંબાવતા જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતું જાય એવી બે લીટીઓ લો તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખૂણાઓ માપો ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે? નહિ તે મોટો છે કે નાનો? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે? નહિ તે મોટો છે કે નાનો? નાનો.

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારનો ખૂણો માંહેના મળતા આવતા ખૂણાની (સામેના આડી લીટીના એકજ બાજુ તરફના) **બરાબર છે;**

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના બે ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે.

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? નહિ.

નોટ—નીચેની અને હવે પછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે; પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી.

વ્યાખ્યા—કોઇ પણ લીટીઓ, “એકજ સફાઇમાં” એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફ લંબાવતાં તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે **સમાન્તર લીટીઓ** કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઇમાં' એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે ? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉંચે રાખો આ પેન્સીલો લંબાવતાં કદી પણ મળશે નહિ ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે ? નહિ આ કારણથી "એકજ સફાઇમાં' શબ્દો મુકયા છે

બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે અને

એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો ૫૧°નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખૂણો કેવડો ?

,, ૧૧૩° ,, ,, ,,

એક બહારનો ખૂણો ૪૯° ,, તો બીજો મળતો આવતો ખૂણો કેવડો?

,, ૭૩°, ,, ,,

,, ૧૦૪°, ,, ,,

અંદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખૂણાઓમાંનો

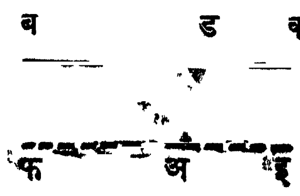
એક ખુણો ૬૩°, હોય તો બીજો કેવડો ?

,, ૯૦°, ,, ,,

,, ૧૩૭°, ,, ,,

(ख) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

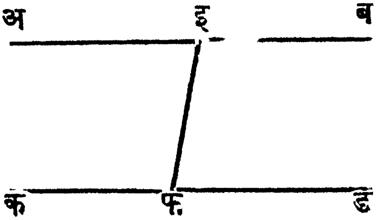
બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે ? વ્યુત્ક્રમ ખુણા એ ખુણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે ? વિરુદ્ધ બાજુએ. ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઇ નિયમ નીકળે ખરો કે ? अ બિંદુમાંથી ब क ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શું કરીશું ?



अમાંથી बकના કોઇ પણ બિંદુ ड સુધી એક લીટી દોરો अडब ખુણો માપો. અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરો. આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયાં આવવો

જોઇએ ? **अ** આગળ. કયી બાજુએ ? જમણી બાજુએ. **अ** આગળ ∠**मडअ**ની વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર **डअइ** ખુણો ∠**बडअ**નીબરાબર કંપાસથી અથવા કોણુ માપકથી કરો. અથવા ટાંકણી મારી છિદ્ર પાડી કરો. ત્યારે કયી લીટી **बक**ની સમાન્તર છે ? **फअइ**.

વળી **अ**માંથી **बक**ની સમાન્તર લીટી દોરવાની છે. બે સમાન્તરોને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખૂણાઓનો શો સંબંધ છે ? એ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે **अ**માથી **ड**સુધી એક આડી લીટી દોરો. ∠**अडब** અંદરનો ખૂણો છે ? હા. ત્યારે બીજો અંદરનો ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ ? ∠**अडब**નો ન્યુનતાપૂરક. ત્યારે **अडब** ખૂણો માપો. તેનો ન્યુનતાપૂરક ખૂણો કેવડો ? આ ખૂણા બરાબર **अ** આગળ **अड** સાથે **डअफ** ખૂણો કંપાસથી અથવા પ્રોટ્રેકટરથી બનાવો. ત્યારે **अफ** અને **अडब** લીટી કેવી છે ? સમાન્તર.



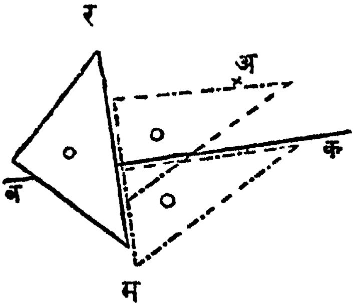
अब લીટી લો તેનીબહાર (નીચે કે ઉપર) **फ** એક બિંદુ લો **अब**માં એક **इ** બિંદુ લો. **इफ** સાંધો

એક આકૃતિ કાઢી ∠**अइफ**ની બરાબર ∠**इफड** કરો, આ ખૂણાઓ કેવા છે ? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે ? હા. કયી જાતની લીટીઓમાં વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર હોય છે ? સમાન્તર ત્યારે **अब**, **कड** કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ ? સમાન્તર.

બીજી આકૃતિ કાઢી ∠**बइफ**નો ન્યૂનતાપૂરક ∠**इफड** કરો. ∠**बइफ** અને ∠**इफड**નો શું સંબધ છે ? તે બન્નેના સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે ? એ બે ખૂણાઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદરના ખૂણાઓ છે ? કયી જાતની લીટીઓમાં આવા અંદરના બે ખૂણાઓ બે કાટખૂણા બરાબર છે ? સમાન્તર ત્યારે **अब**, **फड** કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી फ इ ને ल સુધી લંબાવો. ∠ ल इ ब બરાબર ∠ इ फ ड કરો આ ખૂણાઓ કેવા છે? મળતા આવતા ખૂણા. એ બરાબર છે? મળતા આવતા ખૂણાઓ ક્યારે બરાબર હોવા જોઇએ? अ ब, फ ड સમાન્તર હોય ત્યારે.

સમાન્તર લીટી દોરવાની રીત.



ब क લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કોટખૂણો કરતી એક કોર બરાબર મુકો. એ સેટસ્કવેરની બીજી કોર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટી) બરાબર મુકો. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કોરની સાથે अ બિંદુ તરફ ખસેડો. अ બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કોરની નીચે આવે ત્યારે अ માંથી એક આડી લીટી પેન્સીલ કોર સાથેજ રાખી દોરો. આ પ્રમાણે अ માંથી દોરેલી લીટી ब क ની સમાન્તર છે. કારણ કે ब क સાથે સેટસ્કવેર જે ખૂણો કરે છે તેજ ખૂણો બીજી વખતે સેટસ્કવેર अ માંથી દોરેલી લીટી સાથે કરે છે અને આ ખૂણાઓ મળતા આવતા છે.

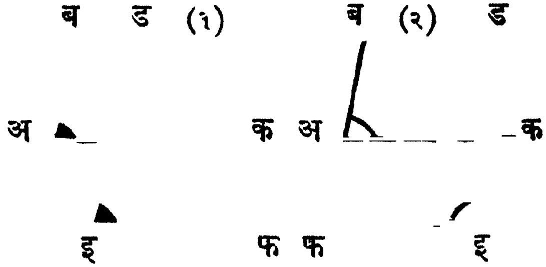
अ ब એક લીટી દોરો. अ ब ની સમાન્તર क ड દોરો क ड ની સમાન્તર इ फ દોરો. अ ब, क ड કેવી લીટી છે? क ड, इ फ કેવી લીટી છે? સમાન્તર. अ ब, क ड નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ क ड, इ फ નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. જ્યારે એ અંતરો એકજ રહે છે ત્યારે अ ब, इ फ નું અંતર કેવું હશે? એકજ ત્યારે अ ब, इ फ નો કેવો સંબંધ હોવો જોઇએ? સમાન્તર. ત્યારે **જે લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હોવી જોઇએ? સમાન્તર.**

એકજ લીટીને ઘણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

अ ब એક લીટી લો. તેની બહાર ઉપર કે નીચે क, ड, इ, फ,

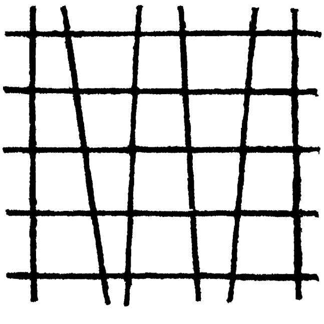
ल બિંદુ લો. अ ब સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કોર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કોર સાથે ફુટપટી મુકો. (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો). આ ફુટપટી સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઈએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુઓ પહેલી કોરની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો અને તે વખતે કોરની નીચેથી કોરની સાથે પેન્સીલ રાખી क,ड इ,फ,लમાંથી લીટીઓ દોરો આ લીટીઓ આપેલી अब લીટીને સમાન્તર છે.

ચાર બિંદુઓ ગમે ત્યાં લઇ ઉપલીજ રીતે अबની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.



बअक ખુણો લો. इ આગળથી बअ સમાન્તર इड દોરો, અને अक સમાન્તર इफ દોરો. ∠अ અને ∠इ માપી જુઓ આ બે ખૂણાઓનો કાંઇ સબંધ છે? (૧)મા ∠अની ઉપર ∠इ મુકો આ ખૂણાઓ સરખા છે? હા. (૨)માં ∠अ, ∠इ ખૂણા કાપી લઈ એક લીટીનો સાથે ઉપર યા નીચે બન્ને પાસે પાસે મુકો આ બે ખૂણાની બહારની શાખા લીટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છે? હા. ત્યારે એ બે ખૂણાનો શો સંબંધ છે? બે મળી બે કાટખૂણા છે? અથવા બન્ને અરસપરસ ન્યૂનતાપૂરક છે? હા

(ग) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

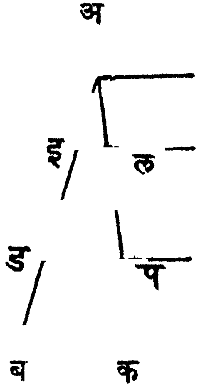


अब એક લીટી લો. તેની ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુઓ સરખે એકજ અંતરે લો. એ બિંદુઓમાંથી પાંચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ બીજી ચાર ઉભી લીટી દોરો. પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરોની વચ્ચે થતા ચાર અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? બીજી લીટી ઉપરના અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? હા. ત્રીજી

ના માપો. એ સરખા છે? હા. ચોથીના માપો. એ સરખા છે? હા. પાંચમીના માપો. એ અંતર્ભાગો સરખા છે? હા. વગેરે.

ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? "**ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઈ પણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી બીજી કોઇ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે.**"

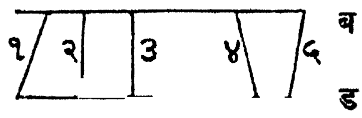
अब, **अक** એ લીટી કોઇ પણ ખૂણો કરે એમ દોરો. **अब** ઉપર **इ** બિંદુ લો **अब** ઉપર **ड** બિંદુ એવું લો કે **इ ड** અંતર **अइ**ના કરતાં બમણું હોય. **अ**, **इ**, **ड**માંથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો. સમાન્તરો **अक** ને **ल**, **प** માં છેદે છે. **अल**, **लप** નો શો સંબંધ છે? **लप** અંતર અર્ધું કરો. તે અર્ધા ભાગને **अल** ઉપર મુકો.



ઉપલા પ્રયોગમાં **इ ड** અંતર **अ इ** થી ત્રણ ગણું, ચાર ગણું, પાંચગણું, છ ગણું, લો. પછી **इ ड** માંથી સમાન્તરો દોરો. આ સમાન્તરો **अ क** ને **ल**, **प** માં છેદે છે, ત્યારે **अ ल**, **ल प** માપો. **अ ल** **ल प** સરખાવો **ल प**, **अ क** થી કેટલાગણું છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

(घ) સમાન્તર લીટીઓ વચ્ચેનું અંતર.

अ ब, **क ड** એ સમાન્તરો દોરો તેની ઉપર ત્રણ ચાર અંતરો બતાવ્યા પ્રમાણે દોરો. સમાન્તર લીટીની વચ્ચેનાં આ અંતરો માપો. આ અંતરો બધાં સરખાં છે? નહિ. આ અંતરો સમાન્તરો સાથે જે ખૂણા કરે તે માપો. આ ખૂણાઓ સરખા છે? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે ખૂણો કરે તેવડોજ ખૂણો ૨ પણ કરે છે? નહિ. ૩, ૪, વગેરે પણ તેવડાજ ખૂણા કરે છે? નહિ.



૩ જે ખૂણો કરે તે બરાબર ધ્યાનમાં રાખો. જમણા હાથ પર જઇએ તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, વગેરે ૧ ના કરતાં क ड સાથે મોટા ખૂણા કરે છે કે નાના? મોટા. કયુ અંતર क ड સાથે કાટખૂણો કરે છે? ૩ એજ અંતર अ ब ની સાથે કયો ખૂણો કરે છે? કાટખૂણો ૩ અંતર બધાં અંતરો માં નાનામાં નાનું છે? હા એના કરતાં નાનું અતર કોઈ પણ બાજુ ઉપર દોરી શકાય ખરૂં કે? નહિ. તેથી બે સમાન્તરોની વચ્ચે જે લંબ અંતર છે તે સૌથી નાનું છે અને તેથી બે સમાન્તરોનું અંતર તેઓની વચ્ચે કાટખૂણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર કયા નિયમે કાટવુ જોઇએ? **જે અંતર બે સમાન્તરોને લંબ હોય તેજ અંતર લેવું.** તમારા લીટીવાળી નોટબુકમા જે લીટીઓ સમાન્તર છે તેની વચ્ચેના અંતરો ઇચ અને મી. મી. માં માપો. અને સરખાવો. બે સમાન્તરને લબ હોય તેમ એક લીટી દોરો. આ લીટી બાજી સમાન્તરને મળે તેમ લબાવો. આડી લીટી અને બીજી સમાન્તર વચ્ચેનો ખૂણો માપો. એ ખૂણો કેવો છે?

ત્રણ, ચાર, પાચ, સમાન્તર દોરો એકને લંબ હોય તેવી એક લીટી દોરો આ લીટી બીજી સમાન્તરોને છેદે તેમ લંબાવો. આ આડી લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખૂણા માપો અને સરખાવો આ ખૂણાઓ કેવા છે? આ પ્રયોગો પરથી શું અનુમાન કરો છો?

"બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને જો કોઈ પણ લીટી લંબ હોય તો તેજ બીજી સમાન્તરોને પણ લંબ હોય છે."

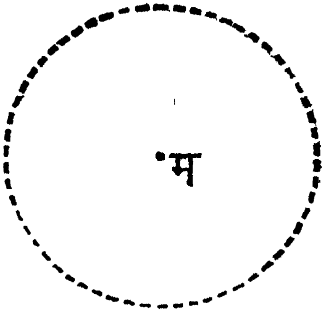
---

§ ૯. ત્રિકોણ.

(क) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કંપાસના છેડામાં ચાક મૂકી કંપાસના બન્ને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો. પાટીઆ ઉપર म બિંદુ લઇ તેના ઉપર કંપાસનું લોખંડનું અગ્રબિંદુ મૂકી કંપાસના બીજે છેડેના ચાકથી એક

બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો. આ બિંદુ **મ**થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ, ચાકના છેડાનેજ સહેજ ખસેડી બીજું બિંદુ લો. આ બિંદુ **મ**થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ ખસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ **મ**થી કેટલું દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પસે કઢાવવું. આ બધાં બિંદુ **મ**થી કેટલે કેટલે અંતરે છે? એક ફૂટ બધા સરખાજ અંતરે છે? હા. પછી **મ** ઉપર લોખંડનું



બિંદુ રાખી એક ફૂટનું જે અંતર બન્ને છેડાની વચ્ચે લીધું છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિઘ દોરો. પરિઘ ઉપર એકાદ બિંદુ લો. આ બિંદુ **મ**થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. (બીજું લઇ) આ બિંદુ **મ**થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ આ (પરિઘ) લીટી ઉપરના કયાં કયા બિંદુ **મ**થી એક ફૂટ અંતરે છે? આ લીટી ઉપરનાં કેટલાં બિંદુ **મ**થી એક ફૂટ અંતરે છે? બધા વર્તુળના મધ્યબિંદુ અને પરિઘના બિંદુઓ વચ્ચેના અંતર વિષે આ ઉપરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

"પરિઘ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્યબિંદુથી બધાંજ સરખે અંતરે આવેલા હોય છે." મધ્ય બિંદુથી ૧૧ ફુટ અંતરે એક બિંદુ લો આ બિંદુ મધ્ય બિંદુથી કેટલું દુર છે? એક ફુટથી વધારે કે ઓછા અંતરે છે? એ વર્તુળની બહાર છે કે અંદર? મધ્ય બિંદુથી ૧૦ ઇંચ અંતરે એક બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછો કે મધ્ય બિંદુથી એક ફુટ અંતરે આવેલું બિંદુ પરિઘની બહાર અથવા અંદર હોઇ શકે ખરૂં? નહિ

ડ્રોઈંગનાં સાહિત્યોમાથી કોઇ એક ગોળવસ્તુ લો તેના પરિઘ ઉપર બરાબર એક પાતળી દોરી વિંટાળો બરાબર એક વખત વિંટાઈ રહે કે જેટલી દોરી વિંટળાઇ હોય તેટલી કાપી લો. આ કટકો ફૂટપટ્ટીથી માપો. એજ ગોળ વસ્તુનો વ્યાસ માપો. પહેલા કટકાની લંબાઇ આ લંબાઇ સાથે સરખાવો. પરિઘની લંબાઇ વ્યાસની લંબાઇથી કેટલા ગણી છે?

ટેબલ ઉપર એક પૈસો અથવા રૂપીઓ મુકો. અને તેની આસપાસ દોરો વિંટાળી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પરિધ અને વ્યાસની લંબાઇ કયા પ્રમાણમાં છે ?

ચાર ઈંચ વ્યાસનો એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધના એક બિંદુથી શરૂ કરી આસપાસ દોરો વિંટાજો. એક ફેરો બરાબર પુરો થઇ રહે ત્યારે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઇ બરાબર છે ? પરિધ અને વ્યાસની લંબાઇનું પ્રમાણ શું છે ?

૨ ૮", ૮ ૬ સે મી, ૧·૨" વગેરે વ્યાસ લઈ વર્તુળ દોરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો પરિધ વ્યાસથી કેટલા ગણો મેટો લાગે છે એ વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ? હા કયો નિયમ ? પરિધ વ્યાસથી ૩૧/૭ ગણો છે. અથવા પરિધ અને વ્યાસ ૨૨.૭ ના પ્રમાણમાં છે

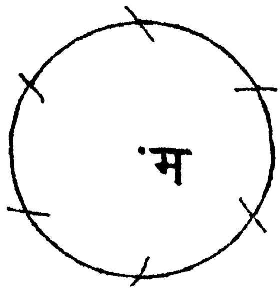
એક વર્તુળ દોરો પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, इ, વગેરે બિંદુઓ પાસે પાસે લો એ બિંદુઓમા ટાકણીઓ મારો. अ થી શરૂ કરી ટાકણી અંદર રહે તેમ તેની આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો પુરો થાય કે દોરો કાપી લો આ દોરો પરિધની લંબાઇ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે એ દોરો વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલા ગણો છે ? આશરે સવાછ ગણો.

ઉપલાજ પ્રયોગમાં अ, ब, क, ड, વગેરે ઘણા પાસે પસે મુકો અને એ પ્રયોગ કરો આ વખતે દોરાની લંબાઈ પહેલી વખતના જેટલીજ છે ? ના વધારે કે ઓછી છે ? વધારે

એ પ્રમાણે अ, ब, क, ड, इ, વગેરે તદન પાસે પાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નહિ ? આવે છે.

આ પ્રયોગો પરથી માલમ પડે છે કે પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, વગેરે જેમ જેમ પાસે પાસે લઇએ તેમ તેમ अ ब અને તેની ઉપરના કોસની વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે. અને अ, ब, क, ड વગેરે છેક તદન પાસે લઇએ તો પરિધ અને अ ब क ड...ની વચ્ચે કાંઇજ

તફાવત રહેતો નથી. આ ઉપરથી દસાવો કે વર્તુળમાં દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધની પાસે અને પાસે આવે છે; અને આખરે પરિધના જેવડી થઇ રહે છે.



કાગળ ઉપર કોઇ પણ વર્તુળ દોરો. પરિધના કોઇ પણ બિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજયાના જેવડા ભાગ થાય તેટલા કરો. છેલ્લા અંતરનો બીજો છેડો પહેલા બિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે? પરિધ ઉપર કેટલા ભાગ પડયા છે? ૭ આ ભાગોની વચ્ચે વચ્ચે પરિધ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાંધો. આ દરેક જયા* માપો દરેક કેટલી લાંબી છે? ત્રિજયાના જેટલી

(ख) વર્તુળ અને ત્રિકોણ

૧.૫' ત્રિજયાનો વર્તુળ દોરો ૩.૨" ત્રિજયાનો વર્તુળ દોરો.

૭૪ સે મી. ત્રિજયાનો વર્તુળ દોરો. એ પ્રમાણે ચાર પાચ બીજા વર્તુળ દોરો

म બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩૬ માઇલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામાં તોપનો ગોળો પડી પડી શકે? (૧ મા:૧')

अ આગળ ઉભો રહી એક માણસ શિકાર કરે છે. તેની બંદુકની ગોળી ૪૦૦ વાર સુધી જઇ શકે તો કેટલા ભાગમાંથી તે જનાવરને મારી શકશે? (૪૦ વાર ૧ સે મી)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે. દરેકમાંથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે. જે સફાઇમાં બન્નેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા:૧ સે મી ના પ્રમાણમાં કાઢો

*જયા–પરિધ ઉપરનાં કોઈ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જયા કહેવાય છે.

એક માળી એક ગોળ બગીચામાં (ત્રિજ્યા ૫૦′) કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦′ આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સફાઇમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો. (૧૦ ફુટ : ૧″).

૨″ દૂર હોય એવાં બે બિંદુ લો. अથી ૨″ દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો. (अ મધ્ય બિંદુ લઇ ૨″ ત્રિજ્યાના વર્તુળનો પરિઘ દોરો) बથી ૨″ દુર આવેલાં બધા બિંદુઓ બતાવો अ અને ब બન્નેથી ૨″ દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? એ ધરો કે તે क,ड છે कअ, कब, डअ डब સાધો. अब, बक, कअ દરેક કેટલી લાંબી છે? अब, बड, डअ દરેક કેટલી લાંબી છે?

૩.૫″ દુર આવેલા अ,ब બિંદુ લો. अથી ૪.૧″ દુર આવેલાં બધા બિંદુ બતાવો बથી ૨.૭″ દુર આવેલા સઘળાં બિંદુ બતાવો अ થી ૪.૧″ દુર અને बથી ૨.૭″ દુર આવેલા કેટલા બિંદુઓ છે? એ ધારો. કે તે क, ड છે अड, बड કેટલી કેટલી લાંબી છે? अक, बक કેટલી કેટલી લાંબી છે?

ઉપલા પ્રયોગોમાં આપણે કેવાં બિંદુઓ શોધ્યાં છે? બે આપેલા બિંદુથી આપેલા અંતરે આવેલાં ત્યારે આપેલા અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે આ ઉપરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે ખરો? હા બે આપેલાં બિંદુથી આપેલા અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે?

આ બિંદુને આપેલા બે બિંદુ જોડે સાધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ. એમાં કેટલા ખૂણા છે? ત્રણ. કેટલી બાજુ છે? ત્રણ.

૨.૭″ દુર આવેલાં अ,ब બે બિંદુ લો. अથી ૨.૯″ દુર અને बથી ૩.૩″ દુર આવેલુ क બિંદુ શોધી કાઢો. अब, बक, कअ સાધો. अब કેટલી લાંબી છે? बक કેટલી લાંબી છે? कअ કેટલી લંબી છે? अबक કેવી આકૃતિ થઇ? ત્રણ ખૂણા અને ત્રણ બાજુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો.

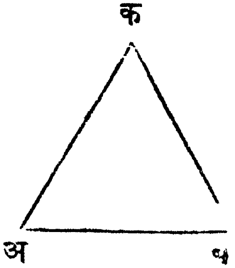
ઉપલા પ્રયોગમાં अ ब, क ब, क अ લંબાઇઓ આપેલી છે. એવી લંબાઇનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે?

ઉપલા પ્રયોગોમાં अ बक, अ बड ત્રિકોણો થયા છે તે કોઇ રીતે સરખા થાય એવું કાંઇ માલમ પડે છે?

નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢોઃ—

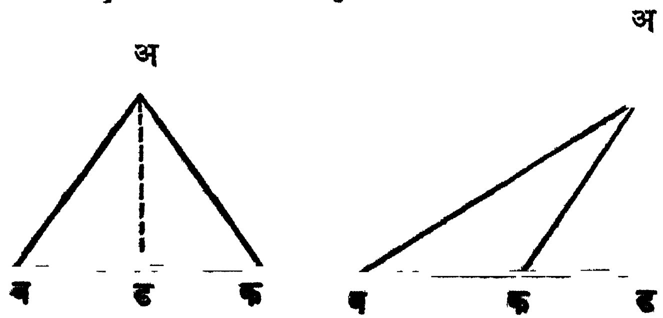
अ ब ૯.૭ સે. મી	**ब क** ૯.૯ સે. મી.	**क अ** ૭.૭ સે. મી.
,, ૭.૭ ,,	,, ૯.૩ ,,	,, ૯.૩ ,,
,, ૫.૧ ઈંચ,	,, ૪.૨ ઈંચ,	,, ૩.૭ ઈંચ.
,, ૩.૨ ,,	,, ૪.૨ ,,	,, ૧.૭ ,,
,, ૪.૨ ,,	,, ૩.૧ ,,	,, ૬.૩ ,,
,, ૧૧૧ મી. મી.	,, ૮૨ મી. મી.	,, ૬૧ મી. મી,
,, ૭૮ ,,	,, ૫૩ ,,	,, ૬૪ ,,

(ग) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

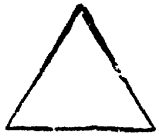


ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભો રહેલો આપણે ધારીએ છીએ તે બાજુ ત્રિકોણનો **પાયો** કહેવાય છે. **अ ब** ઉપર ત્રિકોણ ઉભો છે એમ ધારીએ તો **अ ब** પાયો છે, **ब क** ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો **ब क** પાયો છે, **क अ** ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો **क अ** પાયો છે.

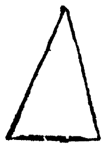
પાયાની સામેના ખૂણાને **શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો** કહે છે. શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલી લંબને ત્રિકોણની ઉંચાઈ કહે છે. પાસેના ત્રિકોણોમાં **अड** દરેક ત્રિકોણની ઉંચાઈ છે.



પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. બાજુઓનો કંઇ સંબંધ માલૂમ પડે છે? (૨) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. કેટલી બાજુઓ સરખી છે? બે. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે? એક બાજુ બરાબર હોય એવો ત્રિકોણ આવી શકે ખરો? એમ બોલવામાં શું ભૂલ થાય છે તે કહો.

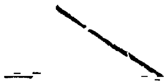


જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુ બરાબર હોય છે તેને **સમબાજુ** (સમ=બરાબર) ત્રિકોણ કહે છે



જે ત્રિકોણમાં ગમે તે બે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમદ્વિબાજુ** (સમ=બરાબર, દ્વિ=બે) ત્રિકોણ કહેછે.

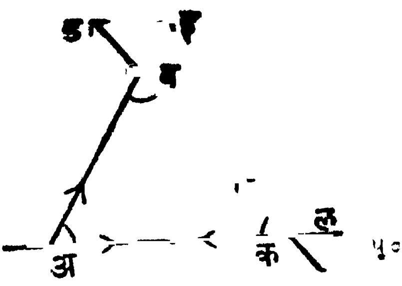
જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુ બરાબર નથી હોતી તેને **વિષમબાજુ** (વિષમ=બરાબર નહિ) ત્રિકોણ કહેછે.



થોડાક સમબાજુ, થોડાક સમદ્વિબાજુ, થોડાક વિષમબાજુ ત્રિકોણો વિદ્યાર્થી પાસે કંપાસથી અને ફુટપટીથી દોરાવો પછી ફક્ત હાથથીજ દોરાવો.

(ઘ). ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાનો સરવાળો.

ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખૂણા કાપી લો. એ ત્રણ ખૂણાને એકેકની પાસે પાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકો. એ ત્રણે ખૂણા મળી કેટલો સરવાળો થયો? એ સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે? હા. ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખૂણાને કોણ માપકથી માપો. તેનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો કેટલો છે? ૧૮૦°. આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળા વિષે કાંઇ નિયમ લાગે છે? હા. કયો નિયમ લાગે છે? **ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.**



अबक કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. अक ઉપર એક પેન્સીલ તીરની દિશામાં મૂકો. क તરફ તેનો પાતળો છેડો અને अ આગળ જાડો છેડો રહેવા દો. પેન્સીલ કયી દિશામાં મૂકી છે? પશ્ચિમથી પૂર્વમાં अ આગળ છેડાને રાખી પેન્સીલને अबની પ૦ દિશામાં લઈ જાવ પેન્સીલ હવે કયાં છે? अब ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામાં છે? अबની દિશામાં. કયા ખૂણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? ∠अमांथी. હવે પેન્સીલને ब આગળ લઇ જાવ અને बइ દિશામાંથી बड દિશામાં મૂકો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? बड ઉપર. કયી દિશામાં? बडની. પેન્સીલને હવે કયા ખૂણામાંથી ફેરવી છે? अबकमांथी. પહેલાં કયા ખૂણામાંથી ફેરવી હતી? ∠अमाथी. બે વખત મળી કયા ખૂણામાથી ફેરવી છે? ∠अ+∠बमाथी હવે પેન્સીલને क આગળ कब ઉપર નીચે સેરવો પેન્સીલ હવે કયા છે? कब ઉપર કોઇ પણ ખૂણામાંથી અત્યારે ફેરવી છે? નહિ. પેન્સીલને ∠बकअमाथी ફેરવો પેન્સીલ હવે કયાં છે? कअ ઉપર. અત્યારે કયા ખૂણામાંથી પેન્સીલને ફેરવી છે? ∠बकअ માથી. પહેલાં કયા કયા ખૂણામાથી ફેરવી હતી? ∠अ અને ∠बमांथी એકંદર આપણે પેન્સીલને કયા કયા ખૂણામાંથી ફેરવી છે? ∠अ+∠ब+∠कमाथी. ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી દિશામાં છે? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે? પહેલાં તે કયી દિશામાં હતી? પશ્ચિમથી પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણામાંથી ફેરવતાં પેન્સીલની દિશા કેટલી બદલાઇ ગઇ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી તે ફરી? અર્ધા. કેટલાક કાટખૂણામાંથી તે ફરી? બે કાટખૂણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાની બે કાટખૂણા બરાબર છે.

૧. ત્રિકોણુમાં નીચેના બે ખૂણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખૂણો કેવડો?

(૧) ૫૪°, ૭૬°; (૨) ૪૧°, ૯૧°; (૩) ૫૩°, ૫૭°; (૪) ૬૧°. ૭૯°; (૫) ૭૨°, ૯૧°; (૬) ૧૧૫°, ૨૩°; (૭) ૪૭°, ૫૧°.

૨. નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખૂણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખૂણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખૂણાનાં માપ શું ?

૫૨°. ૪૭°, ૨૬°, ૪૨°, ૬૮°, ૭૨°. ૪૧°, અને ૧૫°.

૩. પ્રશ્ન ૨માં જે સરખા ખૂણા છે તે દરેક તેમાં જે ખૂણો આપ્યો છે તેના જેવડો છે તો ત્રિકોણના ખૂણાનાં માપ શું ?

૪. જો ત્રિકોણુમાં ત્રણે ખૂણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૫. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઇ પણ પાયા ઉપર આવી શકે ખરા?

(૧) ૯૦, ૬૦°, ૩૦°, (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°, (૩) ૧૩૫°, ૨૧°, ૨૩°. (૪) ૪૭°, ૩૩°, ૯૯°, (૫) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°; (૬) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°, (૭) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°, (૮) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°, (૯) ૧૫°, ૫૫°, ૧૧૦.

૬ ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનું શું કારણ છે?

૭. ત્રિકોણ ન બને તેવા ખૂણાની દશ જોડ બોલો.

૮. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાંકડો ખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી,ત્રિકોણ બને છે?

૯. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે? કારણ કહો.

૧૦. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૧૧. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડ હોઇ શકે?

	૧ લો ખૂણો.	૨ જો ખૂણો.	૩ જો ખૂણો.
(૧)	કાટ ખૂણો,	સાંકડો ખૂણો,	સાંકડો ખૂણો.
(૨)	કાટ ખૂણો,	સાંકડો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.
(૩)	સાંકડો ખૂણો,	સાંકડો ખૂણો,	સાંકડો ખૂણો.
(૪)	પહોળો ખૂણો,	પહોળો ખૂણો	સાંકડો ખૂણો.
(૫)	કાટ ખૂણો,	કાટ ખૂણો,	સાંકડો ખૂણો,
(૬)	સાંકડો ખૂણો,	સાંકડો ખૂણો,	પહોળો ખૂણો,
(૭)	પહોળો ખૂણો,	પહોળો ખૂણો,	પહોળો ખૂણો,
(૮)	કાટ ખૂણો,	કાટ ખૂણો.	કાટ ખૂણો

(ઙ) ખુણા ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

પાટીયા ઉપર એકાદ કાટખુણ (૧), એકાદ પહોળખુણ, (૨) અને એકાદ સાંકડખુણ (૩) ત્રિકોણ દોરો (૧) બતાવી આ ખુણો ખુણો કેવો છે ? કાટખુણો એ ત્રિકોણમા બીજો કાટખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ. ત્રિકોણમાં કેટલા કાટખુણા આવી શકે ? **એકજ.** જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને **કાટખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.

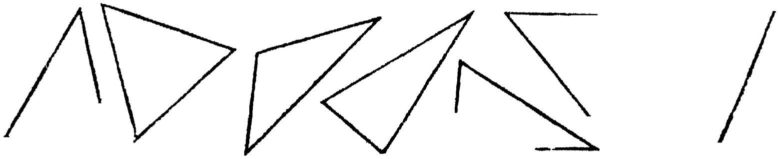
(૨) બતાવી આ ખુણો કેવો છે ? પહોળો ખુણો. એ ત્રિકોણમાં બીજો પહોળો ખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ. ત્યારે ત્રિકોણમાં કેટલા પહોળા ખુણા આવી શકે ? **એકજ.** જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો પહોળો ખુણો હોય તેને **પહોળખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.

(૩) જો ત્રિકોણ બતાવો. આમાં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ?

(૧)માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ? બે. (૨) માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ? બે ત્યારે કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા સાંકડા ખૂણા આવી શકે ? બે ત્યારે બેજ સાકડા ખૂણા જેમા હોય એવા ત્રિકોણને સાંકડખૂણ ત્રિકોણ કહીએ તો ચાલે ખરૂં ? નહિ કારણ .....બે સાંકડા ખૂણાવાળા ત્રિકોણને સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ કહીએ તો (૧) અને (૨) મા શું ભુલ થાય છે ? ત્યારે કાટખૂણ ત્રિકોણ અથવા પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણમાં કેટલા ખૂણા સાંકડા હોવા જોઇએ ? ત્રણ. આ ઉપરથી સાકડ ખૂણ ત્રિકોણ કોને કહે છે તે કહો જે ત્રિકોણમાં ત્રણે ખુણા સાંકડા ખૂણા હોય તેને **સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખૂણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે ?

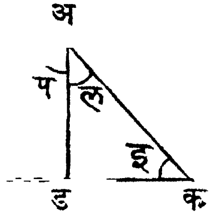


૨. એક કાટખુણ ત્રિકોણ દોરો. તેના બે સાંકડા ખુણા કાપી લઇ કાટખુણા ઉપર પાસે પાસે ગોઠવો. બે બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે ?

૩. પ્રશ્ન ૨માં સાંકડા ખૂણા માપી તેનો સરવાળો કરો. એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે? એ બે ખુણાને અરસપરસ શું કહી શકો?

૪. કાટખુણ ત્રિકોણમા એક ખુણો ૫૩°, ૩૭°, ૪૮°, ૭૧° ૧૯°, ૫૯°, ૬૭° કે ૩૯° હોય તો બીજો ખુણો કેવડો?

૫. કાટખુણ ત્રિકોણમા બે સાંકડા ખુણા અરસપરસ કોટિખુણા છે કે નહિ તે કોઇ પણ પાચ કાટખુણ ત્રિકોણ લઈ તપાસી જુઓ.

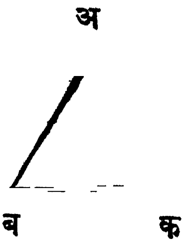


૬. अबक ત્રિકોણમાં ∠बअक કાટખુણો છે. અને अड, बक ઉપર લંબ છે. જો ∠ब=૪૨° હોય તો ∠प કેવડો છે? ∠ ल કેવડો? ∠ इ કેવડો?

૭. પ્રશ્ન ૬ના ∠ब=૩૫°, ૪૭° ૬૩°, ૫૧°, ૧૯૦, ૨૩° કે ૭૧° હોય તો ∠इ, ∠ल, ∠प દરેકનુ મહત્વ શું કાઢો.

(च). ત્રિકોણના બાહ્ય ખૂણા.

કોઈ પણ अ ब क ત્રિકોણ દોરો. તેની ब क બાજુ ड સુધી લંબાવો. अ क ड ખૂણો ત્રિકોણની બહાર છે કે અદર? બહાર. अ क ड ખુણાને ત્રિકોણનો બાહ્ય ખૂણો કહે છે? ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને બબ્બે દિશામાં લબાવો. ત્રિકોણના કેટલા બાહ્ય ખૂણા છે? ૭. પણ ત્રિકોણના દરેક શિરોબિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખૂણા છે? બે. એ બે સરખા છે? હા. તેથી દરેક શિરોબિંદુ આગળના એકજ બહારના ખૂણાને બાહ્યખૂણા તરીકે ગણવામાં આવે છે અને તેથી ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને અનુક્રમે લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકોણના બાહ્યખુણા લેવાય છે.



अ ब क એક ત્રિકોણ દોરો. अ, ब, અને क એ ત્રણે ખુણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખુણા. ત્યારે ∠ अ+∠ब નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો ? ∠ क. તેમજ ∠ ब+∠क નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો ? ∠ अ. અને ∠अ+∠कનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠ ब.

એક બીજો अ ब क ત્રિકોણ દોરો. તેની ब क બાજુ ड સુધી લંબાવો. ∠ अ क ब નો ન્યૂનતા પૂરક ખુણો કયો ? ∠ अ क ड. અને ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે બીજો જવાબ શું ? ∠अ+∠ब. ત્યારે ∠अ क ड અને (∠अ+∠ब)નો શું સંબંધ હોવો જોઇએ? તે બરાબર હોવા જોઇએ. આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણા અને અંદરના ખુણાનો શું સંબંધ હોવો જોઇએ ? એ વિષે કાંઇ નિયમ નીકળે છે ?

"ત્રિકોણનો કોઈ પણ બાહ્યખૂણો ત્રિકોણની માંહેના તે બાહ્યખૂણાની પાસેના ખૂણા સિવાયના બાકીના બે ખૂણાના સરવાળા બરાબર છે."

ત્રિકોણના બાહ્યખૂણાનો સરવાળો.

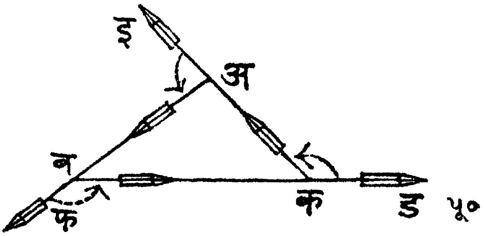
કોઇ પણ अ ब क ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો. અને તેને પાસે પાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર.

अ ब क ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્યખુણાને માપો. અને તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. એક **अबक** ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો **ब** આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. **क** આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. **अ** આગળના એજ બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે **अ, ब, क** આગળના ત્રણે અંદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? છ કાટખુણા અને ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.**

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર દસાવો.

अबक એક ત્રિકોણ લો. **बक** ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો અને તેનો જાડો છેડો **क** આગળ લાવો. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં પ૦ છે? પૂર્વમાં. એ લક્ષમાં રાખો.



પેન્સીલને **क** આગળના બહારના ખુણામાંથી ફેરવી **कअ** ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠**अकड**માંથી. પેન્સીલને **अ** આગળ ખસેડી **अ** આગળના બહારના ખુણામાંથી તેને **अब** ઉપર આવે તેમ

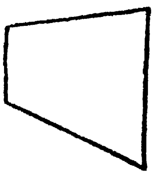
ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી ? ∠**અબક**માંથી. પેન્સીલને **બ** આગળ ખસેડી **બ** આગળના બાહ્ય ખુણામાંથી ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી ? ∠**ફબક**માંથી ત્યારે પેન્સીલ એકંદર કયા કયા ખુણામાંથી ફરી ? ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણામાથી પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે? પૂર્વમાં. પહેલાં કયા દિશામાં તે હતો ? પૂર્વમાં. ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામાં આવી પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાંજ હંમેશાં હતી ? નહિ તેની દિશામાં બદલાતી હતી. ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતાં આ પ્રયોગમા તે કેટલા આટા ફરી ? એક આખો આટો. અને એક આખો આટો ફરે ત્યારે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ તે ફરી હશે ? આખો વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાથી તે ફરી ? ચાર કાટખુણામાંથી. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણાનો સરવાળો શું ? **ચાર કાટખુણા.**

(છ). બહુકોણ આકૃતિના બાહ્યખુણાનું મહત્ત્વ

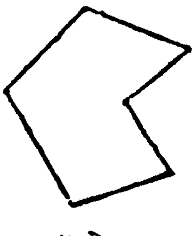
વ્યાખ્યા—ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **બહુકોણ** કહે છ.

વ્યા૦—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ચતુષ્કોણ** કહેછે.

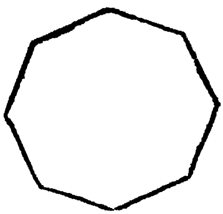
વ્યા૦—પાંચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **પંચકોણ** કહેછે.
વ્યા૦—છ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ષટ્કોણ** કહેછે.



ચતુષ્કોણ.



ષટ્કોણ.



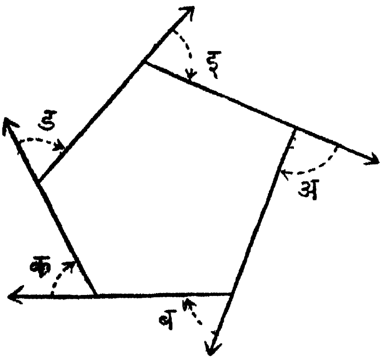
અષ્ટકોણ.

વ્યા૦—સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે **સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશકોણ** કહે છે.

કોઇ પણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણ માપકથી માપો. સરવાળો કરો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઇ એકેકની પાસે પાસે ગોઠવો. એ બરાબર મળી રહે છે? હા. ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

કોઇ પણ પંચકોણ, પટ્કોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઇ ઉપલા પ્રયોગ કરો દરેક આકૃતિમાં બહારના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખૂણાઓના સરવાળા વિષે શું નિયમ છે? **એ સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.**

પછી નીચેની આકૃતિ લઈ એ નિયમ દેસાવવાને પાના ૯૦/૬ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો. અને પ્રશ્નોત્તર કરી બતાવો કે કોઇ પણ *સીધી લીટી આકૃતિના બાહ્યખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



---

*સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

(અ). બહુકોણના અંદરના ખૂણાનાં મહત્ત્વ.

૧લી રીત. કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેનાં શિરોબિંદુઓને સામેનાં શિરોબિંદુઓ જોડે સાંધો. આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે. અને દરેક ત્રિકોણના અંદરના ખૂણા કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે ? બે. તેથી ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળા બરાબર છે ? બે. એટલે કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે ? ૨×૨=૪ એજ પ્રમાણે બરાબર દસાવો કે

પંચકોણ=૩ ત્રિકોણ,	ખૂણાનો સરવાળો=૨×૩=૬	કાટખૂણા.
ષટ્કોણ=૪ ત્રિકોણ,	,, =૨×૪=૮	કાટખૂણા,
અષ્ટકોણ=૬ ત્રિકોણ;	,, =૨×૬=૧૨	કાટખૂણા.
નવકોણ=૭ ત્રિકોણ,	,, =૨×૭=૧૪	કાટખૂણા,

૨જી રીત ઉપર પ્રમાણેની સીધી લીટી આકૃતિ દોરો દરેકના અંદરના ખૂણાઓ પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. અને સરવાળો કરો. ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે ?

૩જી રીત. કોઇ પણ **અબકડ** ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો **અ** આગળના બન્ને ખૂણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખૂણા. **બ** આગળના બન્ને ખૂણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખુણા. વગેરે. ત્યારે ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ છે, તેથી ચતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો શું ? આઠ કાટખુણા છે ? ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા સાથે કાંઇ સંબંધ છે ? **જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા.** ફક્ત બહારના ખુણાનો સરવાળો શું ? ચાર કાટખુણા. ઉપલા સરવાળામાંથી એ બાદ કરો તો ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર.

પંચકોણ, ષટ્કોણ, વગેરે આકૃતિ લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો. પંચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાથી ચાર કાટખુણા જતાં જે બાદબાકી રહે તેની બરાબર. ૫×૨=૧૦, ૧૦−૪=૬ કાટખુણા ષટ્કોણના અંદરના ખુણાઓનો શુ સરવાળો? ૬×૨=૧૨, ૧૨−૪=૮,, સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળે? ૭×૨=૧૪; ૧૪−૪=૧૦,, એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર, પંદર કે વીશ બાજુઓ છે તો તેના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

આ પ્રયોગો ઉપરથી કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઇ નિયમ તમને લાગે છે? **સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા ઓછા કરો જે બાદબાકી આવે તેટલા કાટખુણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે.**

૪ થી રીત—ત્રિકોણ, પંચકોણ આકૃતિના સંબંધી ૮૦/૬ પાને બતાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયોગ કર્યો છે તે પ્રયોગ ચતુષ્કોણ, ષટકોણ, વગેરેની બાજુઓ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરો અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયોગમાં કેટલી કેટલી વખત આખાં ચક્કર ફરે છે તે જુઓ. આ ઉપરથી સીધીલીટી આકૃતિમાં અંદરના ખુણા સંબંધી ઉપલો નિયમ દસાવો.

૫ મી રીત—કોઇ પણ સીધીલીટી આકૃતિ લો. તેની અંદર કોઇ પણ **મ** બિંદુ લો. આકૃતિનાં શિરોબિંદુઓને **મ** સાથે સાધો. આકૃતિના કેટલા ત્રિકોણ થયા? જેટલી બાજુ છે તેટલા. ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકોણોના ખુણાનો સરવાળો શું? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર. **મ** આગળના બધા ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા. તેથી

ત્રિકોણના બધા ખુણામાંથી એ ચાર કાટખુણા રહ્યા તે કોના ખુણા રહેશે? આપેલી આકૃતિના અંદરના ખુણા ત્યારે આકૃતિની બાજુની સંખ્યા "અ" હોય તો તેના બધા અંદરના ખુણાનો સરવાળો ૨×અ−૪ કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરો.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમા નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તો ચોથો ખુણો કેવડો છે તે કહો—

૧૨°, ૧૧૫°, ૧૭૩°, ૨૭°, ૮૧°, ૫૦°. ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°,

૮૫°. ૨૪°, ૫૩°, ૯૭°, ૫૪°, ૬૨°, ૮૧°, ૮૮°, ૮૮°

૨. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૭° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખુણા કેવડા છે તે કહો.

૩. પ્રશ્ન ૨મા બે ખુણા ૫૦° અને ૫૯°, ૯૩° અને ૭૭°, ૪૯ અને ૧૨૦°, ૮૯° અને ૧૩૩°ના છે તો બાકીના ખુણા કેવડા છે?

૪. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો.

૫. એક ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૬. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજે ભાગે છે, બીજો ત્રીજાથી અર્ધો અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૭. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા સરખાછે અને બાકીના બેમાંથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે?

૮. એક *નિયમિત ચતુષ્કોણમાં દરેક ખુણો કેવડો છે?

૯. નિયમિત પંચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ અને દ્વાદશકોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૧૦. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૧૧. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૨૦૦°ના છે તો બાકીના ખુણાને દુભાગનારી લીટી વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે?

૧૨. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૧૭૦° ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે?

૧૩ એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા દરેક ૮૦° ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખુણો કેવડો છે?

૧૪. એક પંચકોણમાં ચાર ખુણા સરખા છે, અને પાચમો ખુણો એ દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૧૫. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાંચમો ખુણો ચોથા કરતાં ત્રણગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો હશે?

૧૬. એ ષટ્કોણમાં ત્રણ ખૂણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણમાંના એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૭. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમાં દરેક ખૂણો (૧) ૧૦૮° (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૪૦°; (૪) ૧૫૦° છે તો તેની કેટલી બાજુઓ છે?

---

* જે આકૃતિની બધી બાજુ સરખી અને બધા ખુણા સરખા હોય તે.

૧૮. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખૂણો કેવડો ?

૧૯. એક સમકોણમાં બહારનો દરેક ખૂણો (૧) ૩૦; (૨) ૪૦°; (૩) ૧૫°; (૪) ૯૦°; (૫) ૨૪°, (૬) ૧૦°, છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૨૦. જેમાં ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, અને ૩૩° નો દરેક બહારનો ખૂણો હોય એવો નિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ? કારણ આપો.

(झ) સર્વસમાન અથવા એકરૂપ ત્રિકોણો.

નોટ—ત્રિકોણોની *સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર ઠસાવવા

(૧) કોઈ પણ **अबक** ખુણો લો તેવડોજ બીજો **डइफ** ખુણો કરો. **ब अ** મરજી પડે તેવડી કાપો અને **इड**, **ब अ** ના જેવડીજ કાપો **बक** મરજી પડે તેવડી કાપો અને **इ फ**, **ब क** ના જેવડી કાપો. **अ क** અને **डफ** સાધો **अबक** ત્રિકોણને ઉચકીને **डइफ** ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે **अब**, **डइ**ના ઉપર બરાબર પડે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વસમાનતા વિષેનો શુ નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે ?

"જો ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતર્ખુણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે"

---

* **સર્વસમાન**—જે આકૃતિઓના બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર હોય તે. એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમાં સુદ્ધાં).

(૨) કોઈ પણ अ ब क ખુણો લો અને તેવડોજ બીજો ड इ फ ખુણો લો. ब क જોઇએ તેવડી લો. અને તેવડીજ લીટી इ फ પણ લો. क આગળ ब क अ ખુણો જોઇએ તેવડો કરો અને તેવડોજ इफड ખુણો फ આગળ પણ કરો अ ब क ત્રિકોણ ઉંચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) डइफ ત્રિકોણ ઉપર મૂકો, એવી રીતે કે बक, इफ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગો પરથી નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની એક બાજુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓ ઉપરના (છેડાના) ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે."

(૩) अबक ખુણો મરજી પડે તેવડો કરો. डइफ ખુણો ∠अबक ના જેવડોજ કરો बअ જોઇએ તેવડી કાપો અને इड પણ તેવડીજ કાપો. ∠अकब ની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરો અને એ કાગળને ઉંચકીને એવી રીતે મુકો ब क, इफ ઉપર પડે અને बकને इफ ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતાં ખસેડતાં એ ખુણાની બીજી શાખા લીટી લંબાવતાં ड માંથી બરાબર જાય. એ ખુણાનુ શિરોબિંદુ फ આગળ આવે ત્યારે फड સાધો. ત્યારે अ ब क. ड इ फ ત્રિકોણોમાં કયાં કય અંગો બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમાના સરખા ખુણાની સામેની બાજુ હવે अ ब क ત્રિકોણને ઉંચકીને ड इ फ ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મુક કે अ ब, ड इ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે ? હા. આવા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે ? ત્યારે શુ નિયમ નીકળે છે ?

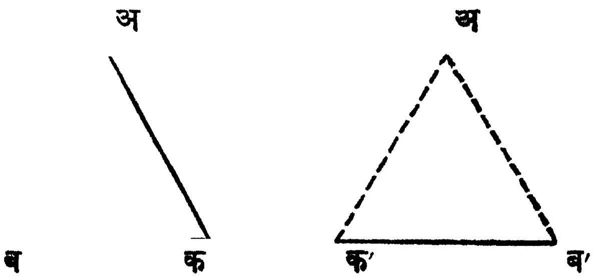
"એક ત્રિકોણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકોણના બે ખુણાની બરાબર હોય અને એક ત્રિકોણમા એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકોણમાં તેના સરખા ખુણાની સામેની બાજુની બરાબર હોય તો એવા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે?"

ઉપલા પ્રયોગોનાં ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખતે આપણે ત્રિકોણના ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા પૈકી કેટલાં અંગો લીધાં હતાં ? ત્રણ. કયાં કયાં ? (૧)મા બે બાજુ, અને તેનો અંતર્ખુણો; (૨)માં બે ખુણા અને તેઓની પાસેની બાજુ અને (૩)માં બે ખુણા અને તેમાના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ.

(અ) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખૂણાનો સંબંધ.



કોઇ પણ ખુણાની બે શાખા લીટીઓ સરખી કાપી તેના છેડાઓ સાંધી એક ત્રિકોણ બનાવો. સરખી બાજુના સામેના ખુણાઓ માપો. આ ખુણાઓ સરખા છે ? હા. એ ખુણા સરખી બાજુની સામેના છે ? હા. એ પ્રયોગ ચાર પાચ વખત આકૃતિ કાઢી કરો. આ ઉપરથી કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો તે કહો.

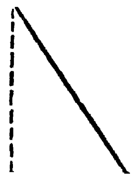


अ ब क એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. (अब=अक). अ ब क ત્રિકોણ બરાબર કાપી કાઢી ત્રિકોણને . બાજુ ઉલટાવી, કાપેલા ત્રિકોણની

ખાલી જગ્યામાં એવી રીતે ગોઠવો કે ત્રિકોણ ખાલી ત્રિકોણ પર આવી રહે. **ब** ખુણો કયા પડયો છે? **ब'**. એ જગ્યાએ પહેલા કયો ખુણો હતો? ∠ **क**. ત્યારે ∠ **ब**, ∠ **क** બરાબર છે! હા તેજ પ્રમાણે ∠ **क**, ∠ **ब** સરખા કરો આ ઉપરથી શું નિયમ શોધી કાઢો છો?

કોઇ પણ अ ब क (अब=अक) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી બેવડ વાળો અને अ ब ને अ क ઉપર પડવા દો આમ કરવાથી ∠ ब ખૂણો કયાં પડે છે? ∠ क ઉપર. એ ખૂણાએ બરાબર મળી જાય છે? હા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓનો શું સંબંધ છે તે આ ઉપરથી કાંઇ માલમ પડે છે? હા એ ખૂણાઓ સરખા છે. આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શું નીકળે છે?

“સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખૂણા સરખા છે.”



એક સમબાજુ ત્રિકોણ કરો ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાજુ ત્રિકોણને વિષે શું નિયમ છે તે કઢાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા કાપી લો. અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો શું માલમ પડે છે? એ ખૂણા સરખા છે કોણમાપકથી એ ખૂણાઓ માપી જુઓ. દરેક ખુણો કેવડો છે? ૬૦° નો.

આ ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

‘સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા સરખા છે, અને તે દરેક ખૂણો ૬૦° નો છે’.

अ ब એક લીટી દોરો. अ અને ब આગળ સરખા ખુણા કરો. अ ब क ત્રિકોણ પૂરો કરો. अ ब ને એની ઉપરજ બેવડ વાળી ∠ अ, ∠ ब ઉપર આવી પડે તેમ ત્રિકોણ બેવડ વાળો. अ क, ब क ઉપર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે? હા. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

એક अ ब લીટી લેા. अ આગળ ∠ ब अ क ખુણેા કરેા અને તેવડેાજ अ ब क ખુણેા ∠ ब આગળ પણ કરેા ત્રિકેાણુની अक, बक બાજુ માપી જોઇ શું પરિણામ છે તે કહેા. એ બાજુએા સરખી છે. ત્યારે ત્રિકેાણુના બે ખુણા સરખા આપ્યા હેાય તેા તેની સામેની બાજુએાનેા શુ સંબંધ છે ? એ વિષે શું નિયમ નીકળે છે ?

"ત્રિકેાણુમાં સરખા ખૂણાની સામેની બાજુએા સરખી છે."

अ ब કેાઇ પણ લીટી લેા ∠अ ब क કાટખુણેા કરેા. ∠ ⅔ કાટખુણેા કરેા ∠ क ખુણેા માપી જુએા કેવડેા છે ? ⅔ કાટખુણેા. अ ब क ત્રિકેાણુના ત્રણ ખુણા સરખા છે ? હા. अ ब, ब क, क अ માપી જુએા ત્રણે બાજુ સરખી છે ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરેા છેા ?

अ ब ૪ ૫ સે મી લેા ∠ बअक ૬૦° નેા કરેા અને ∠बअक પણ ૬૦° નેા કરેા ∠ क કેટલા અંશનેા છે ? ૬૦° નેા. अ ब, ब क, क अ માપેા સરખી છે ? હા આ ઉપરથી ત્રિકેાણુમા બે ખુણા ૬૦°ના હેાય તેા શુ નિયમ નિકળે છે ? તેનેા ત્રીજો ખુણેા પણ ૬૦° નેા છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે ? ત્રણ ખુણા સરખા હેાય તેા ત્રિકેાણ કેવેા હેાવેા જોઇએ ? સમબાજુ



अ ब क એક સમબાજુ ત્રિકેાણ કરેા તેને એવી રીતે બેવડ વાળેા કે अ, ब ઉપર આવે અને क સ્થિર રહે ત્રિકેાણુના બન્ને ભાગેા કેવા છે ? સરખા. ∠ अ, ∠ ब ખુણા કેવડા છે ? ૬૦° ના, સળથી ∠ क ના કેવડા ભાગ થાય છે ? ૩૦° ના. अ ह क ત્રિકેાણુમાં ह ની સામેની બાજુ માપેા અને कની (૩૦°ની) સામેની બાજુ अ

માપો. આ બાજુઓને સરખાવો શું માલમ પડે છે? अ ड, अ क થી અર્ધી છે.

अ ड=૧·૪", ∠ अ=૬૦°, ∠ड=૯૦°લઇ ત્રિકોણ કરો
अ ड=૪ ૭ સે. મી., ∠ अ=૬૦°' ∠ ड=૯૦° લઇ ,,
अ ड=૫·૩", ∠ अ=૬૦°, ∠ ड=૯૦° લઈ ,,
अ ड=૭·૧ સે. મી., ∠ अ=૬૦°, ∠ ड=૯૦ લઇ ,,

દરેકમાં अ क માપી अ ड સાથે સરખાવો. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૩૦° નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાની સામેની બાજુ વચ્ચે શું સંબધ છે?

'કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૩૦°ની સામેની બાજુ * કર્ણથી અર્ધી છે'.

(ट) બીજા સર્વ સમાન ત્રિકોણો.

अ ब ૧·૪" લો. ब क ૨ ૧" અને अ क ૨·૫" લઇ अ ब ત્રિકોણ કરો એજ લંબાઇઓ લઇ 'એક બીજો ત્રિકોણ अ' ब' क' કરો. સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ अ ब क ત્રિકોણને ઉચકીને अ' ब' क' ઉપર મૂકો બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઈ ફેર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે આજ પ્રયોગ ચાર પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રણે બાજુ સરખા આપેલી હોય એવા ત્રિકોણો વિષે કાંઇ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે?

' એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે '

∠बअक અને ∠ इडफ કાટખૂણા લો अब ૧·૪" લો અને डइ પણ તેવડીજ લો. ब મધ્યબિંદુ લઇ अकને कમાં છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દોરો. इ મધ્યબિંદુ લઇ बकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દોરી

---

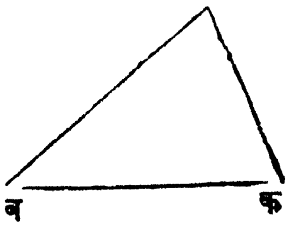
* કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે ચતુષ્કોણ વગેરેમાં સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે.

डफने फमां छेदो. अबक, डइफ ત્રિકોણ પુગ કરો. अबक ત્રિકોણને ઉં ચકીને એવી રીતે डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો કે કાટખૂણો કાટખૂણા ઉપર અને ब, इ ઉપર આવી રહે, क, फ ઉપર બરાબર આવી રહે છે? ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે?

अब, डइ ૨ ૩"ની લઇ ઉપર પ્રમાણે अबक, डइफ બે કાટખૂણ ત્રિકોણ કરો. બન્ને ત્રિકોણોમાં શુ શું સરખાં આપેલાં છે? કર્ણ, એક બાજુ અને કાટખૂણા. ∠ब, ∠इ માપો અને સરખાવો, ∠क, ∠फ માપો અને સરખાવો, अक, डफ માપો અને સરખાવો. આ પ્રમાણે अब,डइની જુદી જુદી લંબાઇ લઇ ઘણી વખત પ્રયોગ કરો. अक,डफની સરખી જુદી જુદી લંબાઇ લઇ એ પ્રયોગ ઘણી વખત કરો આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"બે કાટખૂણ ત્રિકોણોમાં એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય અને કર્ણો પણ સરખા હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણો સરખા છે."

(ઠ). ત્રિકોણમાં અસમાન બાજુ અને ખૂણાનો તેની સામે ના ખૂણા અને બાજુની જોડે સંબંધ.



अबक કોઇ પણ ત્રિકોણ, જેમાં अब,अक કરતાં મોટી હોય તેવો લો. ∠ब, ∠क માપો અને સરખાવો. કયો ખૂણો મોટો છે? ∠क. अब, अकમાં કયી મોટી છે? अब. ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો છે? મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો છે.

अबक કોઇ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લો. ∠ब, ∠कनी પાતળા ળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો कना ઉપર ब મુકી બન્નેને સરખાવો કયો મોટો છે ? ∠क अब, अक માપી સરખાવો કયી બાજુ મોટી છે ? अ ब આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ દશ જુદા વિષમ બાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો. ત્રિકોણમા મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો અને નાની બાજુની સામેનો ખૂણો એ એની વચ્ચે શું સંબધ છે તેનો કાંઇ નિયમ નીકળે છે ?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે ? "

अ ब એક લીટી લો अ આગળ ∠ ब अ क એક ખૂણો કરો અને ब આગગ ∠ अ ब क, ∠ ब अ क કરતા નાનો કરો. अ ब क ત્રિકોણ પુરો કરો ब क, अ क માપો અને સરખાવો કયી મોટી છે ? ब क મોટી છે ∠ अ અને ∠ ब મા કયો મોટો છે ? ∠ अ. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

अ ब એક લીટી દોરો ∠ ब अ क એક ખૂણો કરો અને એના કરતાં મોટો ∠ अ ब क કરો. ત્રિકોણ પુરો કરી अ क, ब क માપી સરખાવો કયી મોટી છે ? अ क. એ બાજુ મોટા ખૂણાની સાગેની કે નાના ખૂણાની સામેની છે ? મોટા ખૂણાની સામેની. ઉપલા બન્ને પ્રયોગો પાંચ પાંચ વખત કરો એ ઉપરથી નું નિયમ નીકળે છે ?

" કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક ખૂણો બીજા કરતાં મોટા હોય તો તે મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ નાના ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે. "

પ્રશ્નો.

૧ કાટખૂણ ત્રિકોણમા કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.
૨ પહોળખૂણ ત્રિકોણમા કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.
૩ નીચેના કોષ્ટકમા ખાલી આસનો પુરો

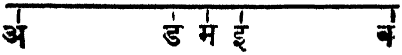
ત્રિકોણ	સાકળ ખૂણ છે?	કાટખૂણ છે?	પહોળખૂણ છે?
સમબાજુ ત્રિકોણ			
સમદ્વિબાજુ ત્રિ			
વિષમબાજુ ત્રિ			

ત્રિકસરવાળાકે કોઠામાં આંકડો
હોઈ કોઈ જવાબ લખતા

જવાબ નકકીજ હોય તો "હા" કે "ના" લખવું. બની શકતું હોય તો "બની શકે" કે "હોઈ શકે" લખવું.

(ડ) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાદબાકીનો ત્રીજી બાજુ જોડે સંબંધ.

અબ કોઇ પણ લીટી લો. અબ ને મ માં દુભાગો અ મધ્યબિંદુ અને અડ ત્રિજયા લઇ એક વતુંળ દોરો. બ મધ્યબિંદુ અને બઇ ત્રિજયા



લઈ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે? નહિ. **अब** પાયા ઉપર એ વર્તુળો વડે ત્રિકોણ થઇ શકે છે? નહિ. **अड**, **अम**થી મોટી કે નાની છે? નાની. **बइ**, **बम**થી નાની કે મોટી છે? નાની આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શું થવું જોઇએ? વર્તુળોએ અરસપરસ છેદવું જોઇએ? વર્તુળો કયારે એક બીજાને છેદે? **अड**, **अइ**થી મોટી જોઇએ. અથવા **बइ**, **बड**થી મોટી જોઇએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે **अड+अइ** ત્રિજ્યાઓનો **अब** સાથે શું સંબંધ હોવો જોઇએ?

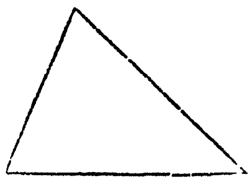
अब કોઇ પણ લીટી લો. **अब**ને **ब** તરફ **ड** સુધી લંબાવો. **ब** મધ્ય બિંદુ લઇ અને **बक** ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. **अ**



મધ્યબિંદુ અને **अड** ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ? કારણ શું? એક વર્તુળ બીજાની તદ્દન અંદર રહી જાય છે. જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઇએ? **अब–बक**થી મોટી ને **अक**થી નાની. આ ઉપરથી બે બાજુના સરવાળા કરતાં ત્રીજી બાજુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શું કહો છો? નહિ

अब ૨.૭", **बक** ૧.૩", **कअ** ૧.૧" બાજુઓ લઇ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શકય છે? **अब** ૩.૫ સે.મી, **बक** ૧.૩ સે. મી, **कअ** ૨.૨ સે. મી. નો ત્રિકોણ શકય છે કે નહિ? આકૃતિઓ કાઢો. ત્રિકોણ બને છે કે નહિ? કારણ શું? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો **कअ** ઓછામાં ઓછી કેવડી લેવી જોઇએ?

ब અને क વચ્ચેનું અતર કેટલુ છે ? बथी क સુધી સીધુ અંતર ન લેતાં बथी ઉપર કે નીચે જઇ बअक એક વાંકી લીટી દોરો. बअक, बक કરતાં ઓછી કે વધારે છે ? વધારે કારણ કે अबक વાંકુ અતર છે. એજ પ્રમાણે अब અંતર માપો અને अकब વાંકું અતર માપો. કયું મોટું છે ? अकब કારણ કે अकब વાંકું અંતર છે. અને अक, अकब માપો.



કયું અતર મોટુ છે? अकब. કારણ કે अकब અંતર વાંકું છે? આ પ્રયોગ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શુ સબધ હોવો જોઇએ ?

" કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો હોય છે "

अब ૪.૬" લો. बक ૨.૫" લો. कअ કેટલા ઇંચ કરતાં લાંબી હોય હોય કે ત્રિકોણ થઇ શકે ? ૨.૧" કરતાં લાંબી જોઇએ આ પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઇ કરો. આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સબંધ હોવો જોઇએ ?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતાં મોટી હોય છે.'

(ઉ) અસમાન ત્રિકોણો*.

કોઇ પણ બે નાના મોટા ખૂણા લો જાડા નપીસ્તાની બ સરખા પટીઓ કાપી કાઢો, અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બન્ને જોડમા થી એકેક પટી લઇ એકેક છેડા ઉપર ટાકણી મારી તે બેની વચ્ચે મોટો ખૂણો રાખો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતાં સહેજ મોટી રાખવી કે ટાકણી મારી શકાય) બીજી બે પટીઓમા પણ ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે નાનો ખૂણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુલ્લા છેડાનું અંતર માપો.

નોટ—આ પ્રયોગ સામેના ૮૧મા પાના ઉપર ચાલુ રહ્યો છે માટે તે પ્રમાણે સંબંધ ચાલુ રાખી વાચી લેવા મહેરબાની કરવી.

---

* જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ; એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન નથી હોતા તે.

કયો પાયો કોનાથી મોટો છે? કયી જોડની પટીની વચ્ચેનો ખૂણો મોટો છે? બન્ને ત્રિકોણમાં કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે?

∠अबक મોટો અને ∠डइफ નાનો લો. बअ, बक કોઇ પણ અંતર કાપો. बअના જેટલું इड કાપો, बकના જેટલું इफ કાપો. अक, डफ સાંધો. બન્નેને માપો. કયી બાજુ મોટી છે? अक. अक મોટી છે તેની સામેનો ખૂણો, ड क નાની છે તેની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે કે નાનો? મોટો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

∠ अ ब क નાનો અને ∠ ड इ फ મોટો લો. ब अ અને इ ड સમાન કાપો ब क અને इ फ સમાન કાપો. अ क, ड फ અંતર માપો. કયું અંતર મોટું છે? ड फ. આ પ્રયોગો ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો બીજા ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે"

अ ब, ड इ બે નાની મોટી લીટી લો. अ મધ્ય બિંદુ અને अ क ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો ड મધ્ય બિંદુ લઇ અને अ कના જેવડી ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો ब અને इ મધ્ય બિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઈ બે વર્તુળો अ ब क, इ ड फ ત્રિકોણ બને તેમ દોરો अ ब, ड इ માપો. કેણુ મોટી છે? अ ब. ∠ क, ∠ फ માપો? કયો ખૂણો મોટો છે? ∠ क. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ પાંચ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઇ કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

કોઇ પણ બે કાગળની પટીઓ લો અને તેના જેવડીજ લાંબી બીજી બે પટીઓ લો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઇ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને પાસે પાસે લાવો. એજ પ્રમાણે બાકીની

એ પટી લઇ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતાં નાની કે મોટી) ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને જોડી દો. આ બે ત્રિકોણમાં કયી કયી બાજુઓ બરાબર છે? બન્નેના પાયા માપો (ત્રીજી પટીઓ). કયો મોટો છે? એ પાયાની સામેના ત્રિકોણના ખૂણા માપો. કયો ખૂણો નાનો છે? કયો મોટો છે? આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખૂણો બીજા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખૂણા કરતાં મોટો છે."

(ण) ત્રિકોણનાં બીજાં લક્ષણ.

કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લો. સળ વાળી તેના પાયા ઉપર શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરો. પાયાના જે બે ભાગ લંબથી થાય છે તેને સરખાવો. આ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. શું નિયમ નીકળે છે? **"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરીએ તો તે પાયાના બે સરખા ભાગ કરે છે."**

अबक એક સમદ્વિબાજુ (**अक** = **बक**) ત્રિકોણ દોરો **अब** પાયાને સળ વાળી **म**મા દુભાગો **मक**ને સાંધો ∠**अमक**, ∠**बमक** માપો. ∠**अकम**, ∠**बकम** માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લઈ કરો શું નિયમ નીકળે છે? **"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપરના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી લીટી પાયાને લંબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરે છે"**

સમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ઉપલા બન્ને પ્રયોગો કરો. એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? પડે છે.

अबक ત્રિકોણ લો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો. આ મધ્ય બિંદુ અને સામેનાં શિરોબિંદુ સાંધો. આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ) કયાં મળે

છે તે જુઓ. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. મધ્યગાઓના છેદન બિંદુ વિષે આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે,** એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં છેદે છે.

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમા મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદન બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે;** અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી બમણો છે.

કોઇપણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખૂણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરો બિંદુ જોડે સાંધો, અને એ લીટીથી શિરો બિંદુ આગળના ખૂણાના થતા બે ભાગો માપો. ત્રિકોણના ગમે તે બે ખૂણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટી કયાં મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો? **એ લીટીઓ એક બિંદુગામી છે.**

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુના મધ્યબિંદુ શોધો. આ મધ્ય બિંદુમાંથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુવાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લંબ દોરો આ પ્રયોગ વારવાર કરો આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.**

કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની બે બાજુ દુભાગો. આ બાજુનાં મધ્યબિંદુ સાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખૂણાઓ માપો. અને ત્રિકોણના પાયા આગળ ના ખૂણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? ત્રિકોણનો પાયો માપો. અને બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુ સાંધનારી લીટી માપો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો આ

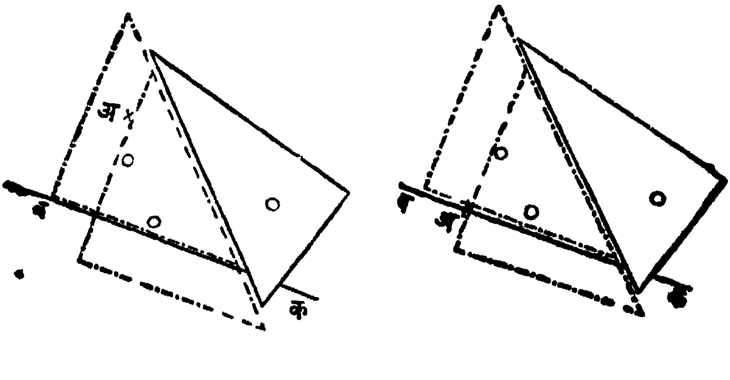
ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે.**

કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો. અને તેનાં મધ્યબિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઇ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારના ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરની બેવડ વાળો. પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો. **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણના ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.**

કોઇ પણ **अबक** ત્રિકોણ લો. **अब** બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળ વાળો. આ સળ **अब**ને કાટખૂણે દુભાગે છે? **बक** ને પણ એજ પ્રમાણે કાટખૂણે દુભાગો. આ બન્ને સળ **म** માં મળે તો **म** ને **कअ** ના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો આ લીટી **अ** ને લબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો શું અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

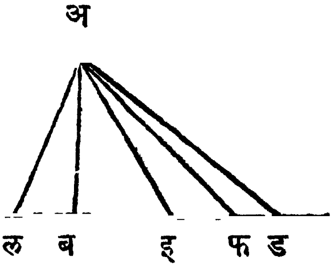
§ ૧૦ લંબ.

(क) એક આપેલા બિંદુ अ માંથી એક આપેલી ब क લીટી પર લંબ દોરવા વિષે.



ब क કોઇ પણ લીટી દોરો. તેની બહાર અથવા અંદર **अ** બિંદુ લો. **ब क** ની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખૂણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ફુટપટી) મુકો આ સેટસ્કવેર સજ્જડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો અને જ્યારે **अ** બિંદુ સેટસ્કવેરની કાટખૂણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે **अ** માંથી એ કોરની સાથે પેન્સીલથી **ब क** ઉપર કાટખૂણે પડતી લીટી દોરો.

(ख) સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્વ.



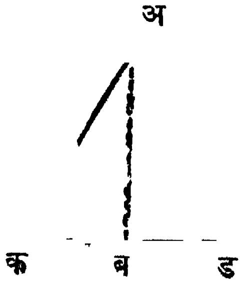
अ કોઇ પણ બિંદુ અને **क ड** કોઇ પણ લીટી લો. **अ** માંથી **क ड** ઉપર **अ ब** લંબ દોરો. **अ ल**, **अ इ**, **अक** કોઇ પણ લીટીઓ દોરો. **अ ब** માપો. **अल**, **अइ**, **अक** માપો કયી નાનામા નાની છે? **अब** **अ** માંથી **कड** ઉપર **अब**ના કરતાં કોઇ નાની લીટી દોરાય ખરી? નહિ.

ત્યારે કોઇ પણ બિંદુમાથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાંથી નાનામાં નાની કયી એ વિષે શું નિયમ છે? **"તે બિંદુ-માંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમાં જે લંબ છે તે નાનામાં નાની છે."**

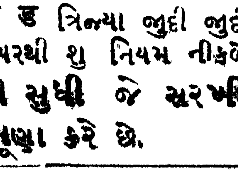
∠**बअइ**, ∠**बअफ** માપો. કયો મોટો છે? **अइ**, **अफ** માપો. કયી મોટી છે? ∠**बअफ**, ∠**बअड** માપો, કયો મોટો છે? **अफ**, **अड** માપો. કયી મોટી છે? ∠**बअल**, ∠**बअक** માપો. કયો મોટો છે? **अल**, **अक** માપો. કયી મોટી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **अ** માંથી **कड** સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને **अ** લંબ ની વચ્ચેના ખૂણા અને તે લીટીઓનો શો સંબંધ છે? "___ " **સાથે**

એ લીટી જેમ જેમ મોટો ખૂણો કરે છે તેમ તેમ લીટી મોટી થતી જાય છે.''

∠ अ ल ब, ∠ अ क ब માપો અને अ ल, अ क માપો. તેમજ ∠ अ इ ब, ∠ अ फ ब અને अ इ, अ फ માપો. તેમજ ∠ अ फ ब, ∠ अ ड ब અને अ फ, अ ड માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? **अ માંથી જે લીટીઓ क ड સુધી દોરીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને क ड ની વચ્ચેનો ખૂણો નાનો થતો જાય છે.** *



अ બિંદુ અને क ड લીટી લો. अ માંથી क ड ઉપર લંબ દોરો. क अ ब કોઈ પણ ખૂણો કરો અને તેવડોજ ब अ ड ખૂણો કરો. अ क, अ इ માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠क अ ब લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **"લંબની બન્ને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખૂણા કરે તે સરખી છે"**



अ બિંદુ અને क ड લીટી લો. अ માંથી क ड ઉપર લંબ દોરો. अ મધ્ય બિંદુ અને अ ड ત્રિજ્યા લઇ क ड ને ड, क માં છેદે તેમ એક કૌંસ દોરો. ड क સાંધો. ∠ क अ ब ∠ ड अ ब માપો. શું અનુમાન કરો છો? अ ड ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઇ એજ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? **લંબની આજુબાજુએ આપેલી લીટી સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે લંબ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે.**

---

*આ પ્રયોગો પરથી કાંઈ એવું સિદ્ધ થતુ નથી કે ખુણો બમણો. દોઢો, કે ત્રણ ગણો, [illegible] લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય છે; અને ઉલટું.

अ ब કોઇ પણ લીટી લો. **क** બિંદુ **अ ब** ની બહાર લો. **अ ब** થી **क** નુ અંતર કેટલુ છે? **क** માથી **अ ब** સુધી ઘણી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ સરખી લબાઈની છે? નહિ એ બધીમા સૌથી નાની કઈ છે? **अ ब** ઉપર **क** માંથી જે લંબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કોઇ બિંદુનું અંતર કઢવું હોય તો તે આપેલી લીટી સુધી તે બિંદુમાથી જે લબ દોરીએ તે લંબ તે બિદુનું અંતર લેવાય છે. તેથી **अ ब** થી **क** નું અંતર લેવું હોય તો **अ ब** થી **क** નુ સૌથી નાનુ અતર, એટલે **अब** ઉપર **क**માથી દોરેલી લંબ લઇએ છીએ આ લબના કરતાં બીજું કોઇ અતર નાનુ છે? આ ઉપરથી કોઇ આપેલા બિદુ ઉપરથી કોઈ આપેની લીટી સુધીનુ અતર કાઢવાને માટે તે બિંદુમાંથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લંબ દોરીએ તે તેનું **અંતર** કહેવાય છે

(ग) નિધાન *

अब ૩ ૪"ની દોરી તેના **अ** છેડામાથી **अब** ઉપર લંબ દોરો. **अब** લીટીના **अ** છેડામાંથી **कड** લીટીઉપર એક કાટખૂણે લીટી દોરો. કોઇ પણ **अब** લીટી દોરો. **अब**ને સળથી **क**માં દુભાગો અને **क**માંથી **अब** ઉપર લબ દોરો. આ લંબમા કોઇ પણ **ड** બિંદુ લો. **डअ, डब** સાધો. તેને માપો બન્ને અંતર સરખાં છે? હા. **कड**માં ચાર પાંચ બિદુ લઇ તેઓને **अ ब** જોડે સાધો અને બન્ને અંતરો માપો. કોઇ પણ બિદુનાં બન્ને અંતરો સરખા છે? હા. આ પ્રયોગ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? "**કોઈ પણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અતરે છે**"

કોઇ પણ ∠**बअक** ખૂણો લો ∠**अ**ને સળ પાડી દુભાગો આ સળ ઉપર કોઈ પણ બિંદુ લઇ તેમાથી **बअ, कअ** શાખા લીટી ઉપર લંબ દોરો. એ લંબ માપો. બન્ને સરખા છે? હા. દુભાગનાર લીટી ઉપર પાંચ દશ બિંદુ લઇ એજ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો? "કોઇ

* અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવા બિદુઓનો જે માર્ગ તે **નિધાન** કે **કક્ષા** કહેવાય છે એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલા બિદુનું નિધાન છે.

પણ ખૂણાની દુભાગનાર લીટીનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલા ખૂણાની શાખા લીટીથી સરખે અંતરે છે.” *

કોઇ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે ? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો ?

“ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.

કોઈ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ પર લંબ દોરો. આ લંબો એકજ બિંદુમાં મળે છે ? આ પ્રયોગ પાંચ જુદા ત્રિકો-કોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો ?

“ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.

---

§ ૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

કોઇ પણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો. આ આકૃતિમાં કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે ? સામસામેની. આવી આકૃતિ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.**

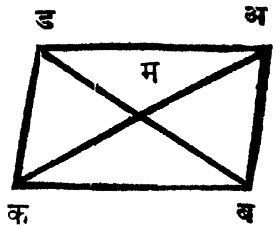
નિશાળના ઓરડામાં કયી કયી ચીજોમાં સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે ? પાટીઉ, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી,...કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો. તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ. હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડયા કરો.

---

* અમુક આપેલી શરત સંપૂર્ણ કરે એવા બિંદુઓનો જે માર્ગ તેને **નિધાન કે કક્ષા કહે છે** એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલા બિંદુનું નિધાન છે.

વ્યાખ્યા–જે ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.**

કોઇ પણ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો: તેની સામસામેની બાજુ અને ખૂણાઓ માપો અને સરખાવો તેના કર્ણ દોરો. આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખૂણા માપી સરખાવો આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વિષેનો કયો નિયમ માલમ પડે છે? "સામસામેની બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે." "કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર છે' કર્ણથી થતા બન્ને ત્રિકોણો અરસપરસ લઇ સરખાવો. એક ત્રિકોણ કાપી કાઢી બીજા ઉપર બરાબર બેસે એમ મુકો. જુદી જુદી આકૃતિઓ લઇ આ પ્રયોગ કરો શું અનુમાન કરો છો?" બન્ને ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે"



अबकड એક સ० ચ० લો **अक** સાધો **अड, कब** કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠**डअक**, ∠**अकब** બરાબર છે? કારણ? **अब, डक** કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠**बअक**, ∠**अकड** બરાબર છે? કારણ? **अक** નું મધ્યબિંદુ **म** લો. **अबकड** સ० ચ०ની નકલ કાગળ પર લો. આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાંથી, એટલે બે કાટખૂણામાંથી ફેરવો **अक**નું **म** શું છે? મધ્યબિંદુ ત્યાર **अ, क** ઉપર પડે છે. ∠**डअक**=∠**अकब** છે ત્યારે **अड, कब** ઉપર પડે છે. અને ∠**बअक**= ∠**अकड** , ત્યારે **अब, कड** ઉપર પડે છે. **मअ** ક્યાં પડે છે? **मक** ઉપર. **ड** ક્યાં પડે છે? **ब** ઉપર, **ब** ક્યાં પડે છે? **ड** ઉપર. **क** ક્યાં પડે છે? **अ** ઉપર.

बक કોની બરાબર થાય છે? **डअ**ની. **अब** કોની બરાબર થાયછે? **कड**ની. ∠ **ब** ક્યાં પડે છે? ∠ **ड** ઉપર. અને ∠ **बअक** ક્યાં પડે

છે ? ∠ **डकब** ની ઉપર ત્યારે આપો. નકલ કરેલો સ. ચ. મૂળ સ. ચ ઉપર બરાબર મળે છે ? હા. અને **ड**, **ब** ઉપર પડે છે અને **ब**, **ड** ઉપર પડે છે ત્યારે **मब**, કોની બરાબર છે? **मड**ની આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ લઇ કરો આ ઉપરથી શું નિયમ ઉપર આવો છો?

" સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં

(ક) સામસામેની બાજુ બરાબર છે

(ખ) સામસામેના ખૂણા બરાબર છે

(ગ) દરેક કર્ણ **સ. ચ ના બે સરખા ભાગ** કરે છે

અને (ઘ) કર્ણો **અરસપરસ દુભાગે** છે"

(ख) જુદી જુદી જાતના સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણો.

अब,**अक** બે સરખી લીટી કાટખૂણે દોરો. **ब**માંથી **बड अक**ની સમાન્તર અને **क**માંથી **कड**, **अब**ની સમાન્તર લીટી દોરો

अबडक સ ચ છે ? હા. **अबडक**નાં બાજુ અને ખૂણા માપો. શું માલમ પડે છે? બધી બાજુ સરખી છે અને બધા ખૂણા કાટખૂણા છે. આ આકૃતિને **ચોરસ** કે **સમચોરસ** કહે છે

કાગળમાંથી બે સરખા ચોરસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગોઠવો શું અનુમાન કરો છો ? બન્ને ચોરસનાં બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે.

अब, **अक** બે અસમાન લીટી કાટખૂણે દોરો. **अबडक** સ ચ. પુરો કરો. અને તેનાં બાજુ અને ખૂણા માપી સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? બધી બાજુઓ સરખી નથી પણ બધા ખૂણા કાટખૂણા છે. આવી આકૃતિને **લંબ ચોરસ** કહે છે.

अब, **अक** બે અસમાન લીટી કાટખૂણા સિવાયનો કોઇ પણ ખૂણો કરે તેમ દોરો. **अबडक** સ. ચ. પુરો કરો. આ આકૃતિને **રોમ્બસ** અથવા **વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.

કોઇ પણ લંબ ચોરસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખૂણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો? કોઇ પણ રોમ્બસ તેના બાજુ અને ખૂણા દોરી સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો? કોઇ પણ સ. ચ. દોરી તેનાં બાજુ અને ખૂણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો?

"લંબ ચોરસમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખૂણા કાટખૂણા છે. "રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામ સામેના ખૂણા સરખા છે." "કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેના બાજુ અને ખૂણાજ સરખાં છે."

પ્રશ્નો.

૧ નીચેનાં માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો—

૫ ૭ સે. મી, ૫ ૮ સે મી, ૩ ૪″, ૨·૭′, ૯ ૭ સે. મી, ૩ ૧′, ૨૫ મી. મી, ૮ ૧ સે મી; ૫ ૧″; ૩·૯″.

૨. નીચે પાસે પાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લંબચોરસ દોરો—

૩ ૨ સે. મી, ૭ સે મી; ૪ ૫″, ૩·૭″, ૨ ૩′, ૪·૧″; ૮·૯ સે. મી, ૧ ૪ સે મી; ૭ ૮″, ૫ ૩″; ૬ ૧″, ૩ ૧″, ૧ ૯″, ૨ ૩″, ૨૨ મી. મી, ૩૯ મી મી, ૩ ૯″, ૨·૭″.

૩. નીચેનાં માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરો

$\angle$ अ=૫૧°, અ=૫ ૧″. $\angle$ ब=૧૧૫′, બ=૩·૨″;

$\angle$ क=૭૨°, ક=૭ ૯ સે. મી, $\angle$ ड=૬૭°, ડ=૯ ૭ સે. મી

૪ નીચેના માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરોઃ—

(૧) $\angle$ ड=૩૫°, ડ=૪·૩″, ડ=૩·૯″;

(૨) $\angle$ क=૬૭°, અ=૭·૮ સે. મી, બ=૭·૧ સે મી,

(૩) $\angle$ क=૧૧૫°, ક=૯·૩ સે. મી., બ=૬ ૧ સે મી,

(૪) $\angle$ ब=૭૧°, અ=૩ ૫″, બ=૨ ૭″,

(૫) $\angle$ अ=૯૭°, બ=૪·૨″, ક=૩·૫′.

૫. જાડા કાગળમાંથી ચાર પટી કાઢી એક સ૦ચ૦ બનાવો તેને મચડી એક ખૂણો કાટખૂણો કરો. બાકીના ખૂણા માપો.

૬. ઉપર પ્રમાણે એક સ૦ચ૦ બનાવી મચડી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. એક સમચોરસ ચોકઠું બનાવી તેને સહેજ મચડો. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો.

(ग) ચોરસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

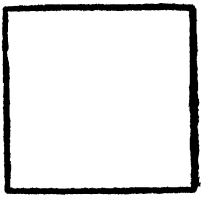
ચોરસ, લંબ ચોરસ, રોમ્બસ અને સ૦ ચ૦ ના કર્ણો દોરો. કર્ણના ભાગો માપો ને સરખાવો. આખા કર્ણોને સરખાવો. દરેકને વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

"ચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ કાટખૂણે અરસપરસ દુભાગે છે."

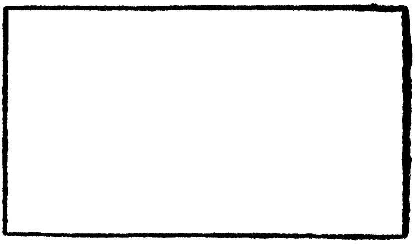
"લંબચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

"રોમ્બસના કર્ણો અસમાન હોઇ અરસપરસ કાટખૂણે દુભાગે છે."

"સ ચ.ના કર્ણો અસમાન હોઇ અરસપરસ દુભાગે છે."



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુ સરખી હોય અને બધા ખૂણા કાટખૂણા હોય તેને **ચોરસ કે સમચોરસ** કહે છે.



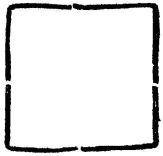
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણના બધા ખૂણા કાટખૂણા હોય અને પાસે પાસેની બાજુ સરખી ન હોય તેને **લંબચોરસ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બાજુઓ સરખી હોય પણ ખૂણા કાટખૂણા ન હોય તેને **રોમ્બસ કે વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.

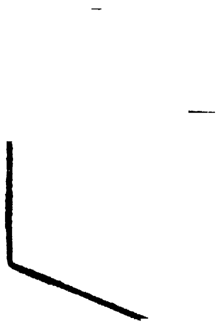


વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓજ સરખી હોય અને ખૂણા કાટખૂણા ન હોય તેને **સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણા કાટખૂણા તેને **કાટખૂણ ચોખૂણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની ફક્ત બેજ બાજુઓ સમાન્તર **હોય છેને ટ્રાપિજયમ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની કોઇ પણ બાજુઓ સામાન્તર ન હોય તેને **વિષમ બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

ઉપલી વ્યાખ્યાઓમાં નિયમિત પ્રકારનો ચતુ`કોણ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણના ગુણો નિયામત હોય તેવો ચતુષ્કોણ કોઇ બીજો થઇ શકે કે નહિ તે કહો.

સ૦ ચ૦ અને ટ્રાપિજયમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. ચોરસ અને લંબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે? કાટખૂણ ચોખૂણ.

બધા કાટખૂણ ચતુષ્કોણમાં કયો ગુણ સામાન્ય છે?

બધા ખૂણા કાટખૂણા છે અને કર્ણો બરાબર છે.

ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણમાં મળતા આવે છે?

બધી બાજુઓ સરખી છે. અને કર્ણો કાટખૂણે દુભાગે છે.

ક્યા ક્યા ધર્મમાં એ બન્ને જુદા પડે છે?

બધા સ. ચ.ના ક્યા ક્યા ગુણ છે? સામસામેની બાજુ અને સામ સામેના ખુણા સરખા છે.

લંબ ચોરસ અને સ ચ માં શું તફાવત છે? શું મળતાપણું છે? નીચેના કોઠામાં બતાવેલાં ખાનામાં ક્યા ક્યા ગુણ ક્યાં ક્યાં આકૃતિને લાગુ પડે તે "હા" "ના" "શકય" લખી બતાવો

આકૃતિ	સામસામે ખુણાને બાજુ બરાબર	કર્ણો એક બાજાને દુભાગે છે	ખૂણા કાટ ખુણા છે	કર્ણો બરાબર છે	કર્ણો કાટ ખૂણે છેદે છે	પાસે પાસેની બાજુ બરાબર છે
સ૦ ચ૦						
લંબ ચોરસ						
સમ ચોરસ						
રોમ્બસ						

નીચે પ્રમાણેનો એકેક પક્ષ લઇ ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરો:—

(૧). સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય,

(૨). સામસામેના ખૂણા સરખા હોય;

(૩). સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય;

(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ. તે જુઓ. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ૦ચ૦છે.
(૨) સામસામેના ખૂણાઓ બરાબર હોય તો ,, ,,
(૩) સામસામેની એજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય તો,, ,,
(૪) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે તો ,, ,,

પ્રશ્નો.

૧ નીચેના માપ ઉપરથી કાટખૂણુ ચતુષ્કોણ દોરોઃ
બાજુઓ ૩ ૫" અને ૨ ૪", ૪.૭" અને ૫.૩", ૭ ૮ અને ૪ ૧";
૪.૧ સે મી અને ૩ ૮ સે. મી, ૯.૯ સે મી. અને ૬ ૩ સે. મી

૨. નીચેના માપ ઉપરથી સ ચ દોરો —

બાજુઓ ૪ ૧' અને ૩ ." અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખૂણો ૭૫°
બાજુઓ ૬ ૧" અને ૫ ૩" અને એ બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૧૧૨°;
બાજુઓ ૧૩.૩ સે મી ને ૧૦ ૧ સે મી અને એ બાજુઓનો અં. ૬૭°;
બાજુઓ ૩ ૫ સે. મી ને ૮ ૩ સે મી અને એ બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૪૫°.

૩. નીચેના માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણ દોરોઃ–

अ ब क ड ચતુષ્કોણમા ∠ अ, ∠ ब, ∠ क, ∠ ड છે અને अब, बक, कड, डअ ને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે.

(૧) અ = ૬ ૩ સે. મી., ∠ब=૮૨°, બ=૮ ૨ સે. મી., ∠ क= ૯૦° અને ક=૭ ૭ સે મી.

(૨) અ=૪ ૧", બ=૩ ૫", ડ=૨ ૭", ∠अ=૬૫° અને ∠ब=૯૦°.

(૩) ∠ब=૧૧૨°, બ=૨ ૧", ∠क=૯૧°, ∠क=૯૯° અને ક=૨ ૭"

(૪) ડ=૮ ૧", ∠अ=૭૧°, ∠क=૫૫°, અ=૪.૭" અને ∠ब=૧૧૫°

(૫) ∠ब=૫૧°, ∠अ=૭૫°, ∠क=૭૨°, ડ=૭ ૨ સે. મી. અને અ=૪.૩ સે. મી.

(૬) અ=૨.૭", બ=૨.૩", ક=૪ ૩", ∠ब=૧૧૫°, અને ड=૩૭°

(૭) અ=ક=ડ=૪ ૯ સે. મી, ∠अ=૭૫° અને ∠ब=૫૧°

(૮) ∠क=૫૫°, ∠अ=૬૯°, ક=૪·૦′, અ=૭·૩′ અને ∠क=૭૨°

(૯) બ=૧·૨″, बक=૩·૨″, ∠ब=૭૫° અને ડ=૨·૭″

(૧૦) बक=૩·૩″, બ=૨ ૩″, ∠ब=૭૨°, અ=૨ ૭″ ને ∠अ=૭૧°

૪. નીચેના ચતુષ્કોણો દોરો.

(૧) અ=ક=૭·૨ સે.મી., બ=ડ=૨·૯ સે. મી. અને बक=૪ ૨ સે.મી

(૨) અ=ડ=ક=૨·૧ સે. મી., बक=૨·૭ સે. મી., બ=૩·૨ સે. મી.

(૩) અ=બ=ક=ડ=૬·૧ સે મી. અને अक=૮ ૩ સે મી

(૪) અ=૫·૧″, બ=૬·૨″, ક=૬·૦″, ∠ब=૭૨°, ∠क=૫૧°

(૫) અ=બ=ક=૩·૭″, कअ=૪·૨″, ∠ब=૧૫૨°.

પ્રકરણ ૨ જું.

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

નોટ:—આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઇ ગયા પછી શીખવવો.

ભૂમિતિ શાસ્ત્ર—એક મેદાન બીજા કરતા કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ અને પહોળાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ, વળી એક ટેબલ બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લબાઇ, પહોળાઇ અને ઉંચાઈ ઉપરથી જાણીએ છીએ. તેમજ એક ઘન બીજા કરતાં કેટલો મોટો છે તે તેની લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ લંબાઇ પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઇએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લંબાઇ, પહોળાઇ અને તેની વચ્ચેના ખૂણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું વર્ણન કરવું એ **ભૂમિતિ શાસ્ત્રનું કામ છે.** [ભૂ=પૃથ્વી, જમીન; અને મિતિ=માપણી.] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લંબાઇ, પહોળાઇ અને ખૂણા ઉપરથી પરિમાણો કેમ મપાય છે તે સબંધી કાંઇ નિયમો હોય છે અને એ નિયમોનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમાં હોય છે તેને **ભૂમિતિ** કહે છે.

પદાર્થ.

વર્ગમાં પડેલી પાંચ દશ વસ્તુઓ બતાવો એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે? હા બીજી બહારની વસ્તુઓનાં નામ આપો. એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે? હા એ બધી વસ્તુઓને **પદાર્થ** કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે.

આ ઘન જુઓ. એ ઘન કાંઈ જગ્યા રોકે છે? હા. જેવડી જગ્યા એ રોકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રોકે છે તેવો તેનો **આકાર** છે. આ ગોળ જુઓ એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ગોળ તેથી એનો આકાર ગોળ છે. આ પેટી જુઓ એ કેવી જગા રોકે છે? ચોખૂણ. તેથી તેનો આકાર ચોખૂણ છે જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રોકે છે તેવો આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે પાણીને એક ઘડામાં રેડો પાણીને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો? ઘડાના અંદરના ભાગ જેવો. એજ પાણીને કાઢીને તપેલામા રેડો. હવે તેનો કયો આકાર થયો? તપેલાના જેવો. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાંઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? હા. શું? **દરેક પદાર્થ કાંઈ પણ જગ્યા કે અવકાશનો ભાગ રોકે છે અને તેને કાંઈ આકાર હોય છે.**

બબ્બે સરખી લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇના કકડાની ત્રણ જોડ લો એક જોડના એક કકડાને લંબાઇ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં હવે શુ ફેર છે? એક બીજા કરતા વધારે લાંબો છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહોળાઈ ઉપરથી થોડા વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે પહોળો છે. ત્રીજી જોડના એક કકડાને જાડાઇ ઉપરથી ઓછો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે? એક બીજા કરતા વધારે જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતાં કેવડો મોટો છે તે માપવાને માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠસાવો. **"દરેક પદાર્થને લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઈ હોય છે"** આ ત્રણ પરિમાણોવાળા ઘણાએક પદાર્થ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ

પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે ત્રિપરિમેયાત્મક કહેવાય છે.

જુદી જુદી લંબાઇના, પહોળાઇના અને જાડાઇના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ બારીક હોય. પૂછો કે કોઇ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઇ, પહોળાઇ કે જાડાઇ ન હોય કોઇજ નહિ

લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ.

કોઇ પણ પદાર્થ લો એની એક બાજુ બતાવો આ બાજુને **લંબાઇ** કહે છે. અને આ બન્નેને કાટખૂણે મળતી આ આડી બાજુને **પહોળાઈ** કહે છે અને આ બાજુને કાટખૂણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને **જાડાઈ** કહે છે. આ પ્રમાણે લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે પણ પદાર્થની સૌથી મોટી બાજુને લંબાઇ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઇ અને સૌથી નાની બાજુને જાડાઇ કહીએ છીએ. તો પણ વિદ્યાર્થીના મનમાં બરાબર ઠસાવવું કે કોઇ પણ બાજુને લંબાઈ, કોઇ પણ બીજી બાજુને પહોળાઇ અને ત્રીજી બાજુને જાડાઇ તરીકે લઇએ તો પણ તે ચાલે છે.

પૃષ્ઠ કે સફાઇ.

વર્ગની અંદરની અને બહારની થોડીએક ચીજો લઇ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ઘનનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પૈસો ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ ખડીઓ લંબાઇ ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ પેટી પહોળાઇ ઉપરથી જોતાં કેવી દેખાય છે? વગેરે. ગોળ બધી બાજુએ સરખોજ દેખાય છે; પરંતુ બીજી બધી વસ્તુ

ઓ સરખી દેખાતી નથી. આ પદાર્થ બધી બાજુએ સરખા દેખાતા નથી એનું શું કારણ છે? એની બાજુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એના પૃષ્ઠ જુદા પ્રકારનાં છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **પદાર્થને પૃષ્ઠ** અથવા **બાજુ*** **હોય છે.**

જુદા જુદા પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો–

આ પેટીને કેટલાં પૃષ્ઠ છે? આ ઘનને કેટલાં છે? આ પાટીઆને કેટલાં છે? આ પૈસાને કેટલાં છે? આ ગોળને કેટલાં છે? આ અર્ધ ગોળને કેટલાં છે? આ + દંડગોળને કેટલાં છે? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ઘનને ૭ છે. પૈસાને ત્રણ છે. દંડ ગોળને ત્રણ છે. અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો.

ગોળ અને ઘનના પૃષ્ઠમા શું ફેર છે? ઘનનું પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનું પૃષ્ઠ વક્ર છે. ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે? કયા કયા? **વક્ર પૃષ્ઠ** અને **સપાટ પૃષ્ઠ.** સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલાં કેટલા પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામા ઓછામાં કટલાં સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે? ચાર ચારથી ઓછાં સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઇ પણ બધાંજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી શકો ખરા કે? નહિ.

આ બે પૃષ્ઠો (કોઈ પણ પદાર્થ લઇ) જ્યાં મળે છે તેને શું કહો છો? કોર. એ કોર કોના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. ત્યારે બે પૃષ્ઠો જ્યાં મળે ત્યાં ભૂમિતિની કયી આકૃતિ થાય છે? લીટી (વાંકી અથવા સીધી). ત્રણ પૃષ્ઠો મળે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો. આ કોરો મળે છે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો. છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે? બિંદુ પ્રમાણે.

---

*બાજુનો અર્થ સફાઇ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ઠ શબ્દ વાપરવો.

+ એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

ઘન, વિષમ ઘન, શંકુ, પેટી, મેટસ્કવેરો, વગેરે લઇને એ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો.–આ પિરામિડમાં કેટલા પૃષ્ઠ છે? કેટલી કોરો છે? ખૂણા કેટલા છે? છેડા કેટલા? બબ્બે પૃષ્ઠો કયાં કયાં મળે છે? કોર–લીટીમાં. કોરો કયાં કયાં મળે છે? છેડા–બિંદુમાં આ પિરામિડનાં કેટલાં પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે?

આ ઉપરથી ઠસાવો કે કોઇપણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે.

આ પૃષ્ઠને લંબાઇ છે? હા. પહોળાઇ છે? હા જાડાઇ છે? ના. (કોઇ વિદ્યાર્થી હાનો જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યા સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવું) એક વાસણ પાણીથી ભરો પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ. આ પૃષ્ઠ વાસણના અંદરના ભાગને અડકેલું છે? હા. જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલું છે ત્યાં નીચે પાણી લાગેલુ છે? ઉપર હવા લાગેલી છે? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શુ છે? પાણી. ઉપર શુ છે? હવા. પાણી પુરૂં થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે માટે આ પૃષ્ઠને કાઇ જાડાઇ છે? એક કાચની બાટલીમાં થોડું પાણી અને થોડું તેલ રેડો બતાવો કે જ્યાં પાણી પુરૂં થાય છે ત્યાં તરતજ તેલ શરૂ થાય છે

એક લાકડાના કકડાને લો. તેને વેરતાં વેરતાં એવો એક કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલજ જાડઇ રહેની નથી એમ આપણે ધારીએ. લંબાઇ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જાડાઈ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે) એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો આપણે ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇનો વિચાર કરીએ છીએ. પરંતુ તેની જાડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની માપણી કરવામાં જેનો વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે. જમીન ઉપર જે છાંયડો પડે છે તેને લંબાઈ અને પહોળાઈ છે પરંતુ જાડાઇ નથી. તેથી છાંયડો એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઇ પણ પદાર્થ અને આકાશની વચ્ચેની સીમાને શું કહો છો? પૃષ્ઠ. પૃષ્ઠને કેટલાં પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. વર્તુળ, પરિધ, વ્યાસ, કૌંસ, જ્યા ને કેટલા પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રંગ દીધેલા છે તેને કેટલાં પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇ હોય છે, પણ બિલકુલ જાડાઈ હોતી નથી તેને પૃષ્ઠ કહે છે.

પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બીજી ઉપર મુકો. બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બીજીની ઉપર મુકો. એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે? નહિ. વક્ર પૃષ્ઠને બીજા વક્ર પૃષ્ઠની ઉપર મુકી આમતેમ ફેરવી જુઓ કે બન્ને પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે બરાબર વળગી જાય છે? નહિ. ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શુ ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતાં બરાબર મળી જાય છે; અને તેઓની વચ્ચે કાંઈ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી. વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતાં વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે.

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણી મારી તેની સાથે દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમા પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમાં બે બિંદુઓ લો તેમાં ટાંકણી મારી દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે કે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે દોરી બાંધી જુઓ કે તેમાં કોઇ પણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળના ઉપર કોઇ પણ બિંદુઓ સાંધીએ તો તે બિંદુની વચ્ચે કોઇ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે?

નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધુ હોય તેને સીધી અથવા સપાટ સફાઇ કહે છે. કોઇ પણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાંજ લંબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃષ્ઠ પ્રસરે છે તે એ પૃષ્ઠની સફાઇમાંજ છે એમ કહેવાય છે.

લાંબી ટૂંકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો આ લાકડીના છેવટના ભાગમાં શુ છે? બિંદુ આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુ વચ્ચેથી જે પૃષ્ઠ જાય છે તેની સફાઇ પાટીઆની સફાઇમાં છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર એ ત્રણે બિંદુમાંથી જતી સફાઈ આવે છે કોઇ પણ સપાટ સફાઇમાં બે બિંદુઓ લો. આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાંધો, આ લીટીનો કોઇ પણ ભાગ એ સપાટ સફાઇમાંજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ સપાટ સફાઇની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઇ નથી. સપાટ સફાઇનુ આ મુખ્ય લક્ષણ છે.

સપાટ સફાઈ નક્કી કરવાને ઓછામા ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? જુદી જુદી લંબાઇની લાકડીઓ લઇ ઉભી જમીન પર મુકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉં આડું મુકો લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઇમાંજ છે? નહિ થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઈમાં નથી. જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓનાં બિંદુઓ ઉપર પાટીઉં મુકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાંથી જતી સફાઇ બીજા છેડાઓનાં બિંદુમાંથી જતી નથી, કારણ શું? આ પ્રયોગ ઉપરથી આકાશનો વિચાર બરાબર ઠસાવો.

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઇની આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો. ટેબલના બે પગની નીચે બે પથરા મુકી ટેબલને

એક બાજુથી ઉંચું કરો. ટેબલની ઉપરના પાટીઆની સપાટીની આજુ બાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે બતાવો. એક પાટીઆને ભીતની સાથે જુદી જુદી રીતે મુકો અને પાટીઆની સફાઈમાથી ભીતનો જે ભાગ જાય છે તે બતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. ભીત સફાઇ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શું કરવું જોઇએ ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીના પૃષ્ઠની સફાઇ કયાં છે ? એક કાગળનો કકડો લો. આ કકડો સફાઇ છે એમ સમજો. કાગળને પાણીમાં વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનું પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે ? હા. આ બે સફાઇઓ જ્યાં અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે ? લીટી એક વક્ર અને એક સીધુ અથવા બન્ને વક્ર પૃષ્ઠો અરસપરસ છેદે તેમ પ્રયોગ કરો. જ્યાં તેઓ છેદે છે ત્યાં કેવી આકૃતિ છે ? લીટી એ બધીજ સીધી લીટી છે ? કેઇ વક્ર અને કોઈ સીધી છે.

લીટી (સીધી અથવા વક્ર).

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો. ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજાં બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો. આ ટપકાઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસે પાસે બિંદુઓ મુકો. પહેલાં કરતા બિંદુઓની વચ્ચેના અંતર ઓછાં થયાં છે. એ પ્રમાણે પાસે પાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો. આ પ્રયોગમા લીટી કેમ બની છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો તે પુછો.

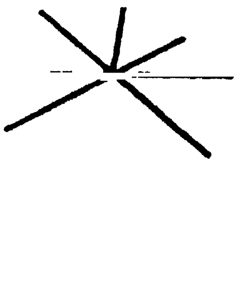
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેને સીધી લીટીથી સાંધો, અને વચ્ચેથી વાંકી લીટીઓ દોરો. દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો. કયી લીટી સૌથી નાનીછે ? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતાં નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો. દોરાય ખરી કે ? નહિ. આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? ગમે તે બિંદુની વચ્ચેની જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લંબાઇ ઉપરથી કહો કે કયી લીટી સીધી છે.

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો તેમાં બે ટાંકણીઓ મારો. આ ટાંકણીની આજુબાજુ એક દોરી તાણીને બાંધો. એ દોરીના કરતાં સહેજ લાંબી એક બીજી દોરી એ ટાંકણીની આજુબાજુ બાંધો. આ બે દોરીથી જે લીટી થાય છે તેમાં કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાંકી લીટી દોરો. તો એ બધી લીટીઓમાં કયી સૌથી નાની છે એ જાણવાને કયો નિયમ આ પ્રયોગ પરથી માલમ પડે છે?

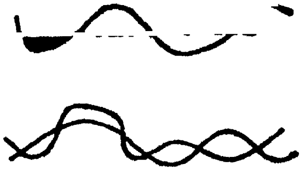
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લો, તેમાં ટાંકણી મારો અને તેની આસપાસ એક દોરી તાણી બાંધો બીજી દોરી પણ તેની આસપાસ તાણી બાંધો આ બન્ને દોરી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દોરી શકાય તે વિષે શું સમજ પડે છે? **બે બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દોરી શકાય છે.**

બે બિંદુ લઇ તેને સીધી લીટીથી સાંધો અને ફરીથી તે બન્નેને સીધી લીટીથી સાંધો. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કોઈ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી? નહિ. સીધી લીટીનો કયો બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દોરો. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાંકી લીટીને બીજી એક વાંકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દો. બે સીધી લીટીઓ કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? એકજ. વક્રલીટી કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? ઘણાં. ત્યારે એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદે છે તેમ સીધી લીટી દોરી શકો ખરા કે? નહિ. આ ઉપરથી



સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **બે સીધી લીટીઓ એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદી શકે નહિ.**



બે સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સફાઇનો કોઇ પણ ભાગ રોકે છે કે નહિ તે જુઓ. આજુબાજુની જગાઓ રોકાય તેમ બે સીધી લીટી દોરી જુઓ. મર્યાદિત થાય છે? નહિ. બે વક્ર લીટી દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહી? હા. આ ઉપરથી સીધી લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે? **બે સીધી લીટીથી સફાઇનો ભાગ રોકી શકાતો નથી;** પરંતુ વાંકી લીટીથી તે રોકાય છે.

એક આંખ બંધ કરી બીજી આંખ આગળ ફુટપટીની સીધી કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બન્ને છેડા આંખનીજ લીટીમાં આવે તેમ રાખો. એજ માફક એક વાંકી લીટી પણ આંખ અને તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમાં આવે તેમ ધરો. જુઓકે બન્નેમાં શું ફેર પડે છે?

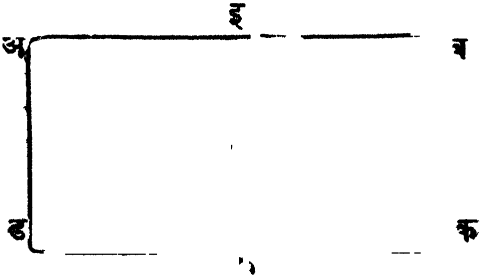
એક સીધી લીટી દોરો. તેની પાતળા કાગળ પર બરાબર નકલ કરો અને સળ વાળી તેના ચાર પાચ ભાગ કરો. દરેક ભાગને બાકીના ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો મેળવતાં કોઇ પણ વખતે બન્ને ભાગની વચ્ચે કાંઇ ખાલી જગ્યા રહે છે ખરી? નહિ. એક વક્ર લીટી લઇ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી ચાર પાંચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અગ્સ પરસ બધી રીતે સરખાવો બન્ને ભાગોની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહે છે ખરી? હા ત્યારે આ બન્ને પ્રયોગ પરથી સીધી અને એક વક્ર લીટીની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ તેના બીજા કોઇ પણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે; ત્યારે વક્ર લીટીના ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

વ્યાખ્યા—જે લીટીનો કોઇ પણ ભાગ ઉંચકીને બીજા ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતાં બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને **સીધી લીટી કહે છે.**

એક બિંદુ अ લો; अ માંની જે સીધી લીટી દોરીએ તે કયી દિશામાં જાય છે? મરજી પડે તે દિશામાં. ત્યારે એકજ બિંદુ ઉપરથી કોઇ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઇ શકે? નહિ. ત્યારે સીધી લીટી નક્કી કરવાને માટે ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ? બે. अ, ब બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દોરશો?

બે લીટી આપી હોય તો તેમાં સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દોરી કેવી રીતે બાંધશો? એક છોકરાથી બીજા છોકરા સુધી સીધી લીટી દોરવી હોય તો તે કેવી રીતે કાઢશો? બાગમાં ઝાડો સીધી લીટીમાં છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શું કરે છે?

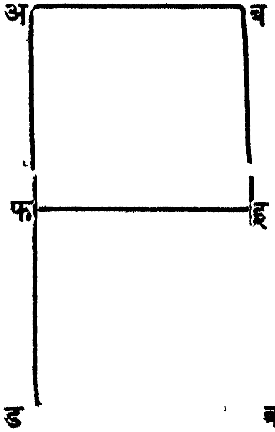
अ ब क ड એક કાગળનો કકડો ૧૬ ઇંચ લાંબો અને ૮ ઇંચ પહોળો લો. એમાં સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી બે ભાગ કાગળમાં બતાવવાના છે. ધારો કે તે કાગળનો કકડો પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિમાં इ फ લીટી



શું બતાવે છે? જે જગ્યાએ अ ब क ड કાગળના કકડામાં સળ વાળ્યો છે તે જગ્યા. इ फ લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ अ ड સુધી લીટીઓ દોરો. ધારો કે એવી ૮ લીટી દોરી છે ત્યારે अथी इ સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઇ ગઇ છે? આઠ. अइ ની લંબાઇ શું છે? આઠ ઇંચ ત્યારે દરેક લીટી કાગળનો કેટલો ભાગ બતાવે છે? એક ઇંચ ત્યારે દરેક લીટી એક ઇંચ પહોળાઇનો ભાગ બતાવે તો इफ લીટી ખરેખર એક ઇંચ પહોળી (જાડી) છે? તે કેટલી પહોળી છે? इफ સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તો इफ સળ કાગળના કયા ભાગમાં જશે? કોઈ પણ ભાગમાં इफ ન જાય એવી રીતે આપણને કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે? હા. ત્યારે इफ સળની ખરી પહોળાઇ શું? કાંઇ નહિ. इफ સળ કેવી આકૃતિ છે? લીટી. ત્યારે

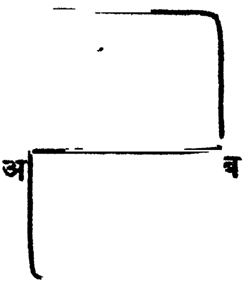
इफ સળની પહોળાઇ નથી તો **इफ** લીટીની પહોળાઇ હોય શકે ખરી કે? નહિ. આ ઉપરથી લીટીનો કયો ધર્મ માલમ પડે છે? **લીટીને પહોળાઈ નથી.**

ધારો કે **अबकड** જેવુ કોઇ ખેતર **प**,**ल** બે ભાઇઓને સરખે ભાગે



વહેચવાનુ છે. તેથી તેઓએ **अबइफ**, **फइकड** જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધો. ધારો કે **प** એ ઉપલો ભાગ અને **ल** એ નીચેનો ભાગ લીધો. ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડયો છે તેની વચ્ચ કાંઇ જગ્યા રહી છે? કાંઈ જગ્યા રહી છે એવો જવાબ મળે તો એ જગ્યા બે ભાઈમાંથી કોની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવું જોઇએ. બન્ને ભાગો વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે **फइ** લીટી આપણે દોરી છે તે શું બતાવે છે? કોઇ જગ્યા નહિ. **फइ** લીટીથી લઇ **अब** લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દોરો ધારો કે એવી ૧૦ લીટી દોરી છે ત્યારે **फइ** થી **अब** સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઇ ગઇ છે. ત્યારે **फअ** ૧૦ વાર લાંબી હોય તો દરેક લીટી કેટલી પહોળી જગ્યા બતાવે? એક વાર પહોળી. **फइ** લીટી એક વાર પહોળી જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહોળી જગ્યા જે છે તે કોના ભાગમાં જાય છે? **प** અને **ल** ના ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રાખવાનું કારણ નથી ત્યારે **फइ** લીટી શુ કમ દોરી હશે? **फइ** લીટી કાંઈ જગ્યા બતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું બતાવે છે? **प**નો ભાગ કયા પુરો થાય છે અને **ल**નો ભાગ શરૂ થાય છે એ **फइ**થી બતાવાય છે, ત્યારે **इफ** લીટી ખરેખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શું બતાવે છે? બન્ને ભાગોની હદ કે મર્યાદા.

બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ઘન લો અને એ બાર સફાઇઓને બરાબર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કાઢીશું?



પાસેની આકૃતિમાં अब લીટી કાગળ પર થોડીક જગ્યા રોકે છે ત્યારે બે ઘનની વચ્ચે કાંઇ થોડી ખાલી જગ્યા રહે છે એવું કાંઇ આ ઉપરથી માલમ પડે ખરૂં ? નહિ. ત્યારે अब લીટી શું કામ કાઢી હશે ? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા બતાવવાને. એક સફેદ કાગળનો કકડો લો. તેના થોડાક ભાગ ઉપર કોઇ પણ રંગ લગાડો. ત્યારે કોરો ભાગ અને રંગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનો કેવો રંગ છે ? તેનો રંગ નથી ત્યારે એ હદ બતાવનારી લીટી કેટલી પહોળી છે ? એ હદની લીટી કાંઇ પણ પહોળી (જાડી) હોઇ શકે ખરી ? નહિ.

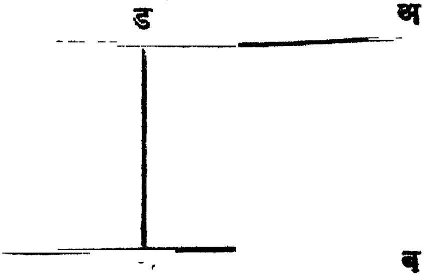
ઉપલા પ્રયોગમાં જયાં બે ભાગો એક બીજાની પાસે મળે છે અથવા બે ઘન એક બીજાની સાથે વળગે છે ત્યાં તે જગ્યા કેટલી પહોળી છે? (બીલકુલ) નહિ. તેની લંબાઇ છે ખરી ? હા.

એ હદ બતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દોરીએ તેની થોડીક પહોળાઇ તો છે પણ સમૂળકીજ પહોળી ન હોય એવી જગ્યા બતાવવાને શું કામ આપણે કંઇક પહોળી એવી લીટી દોરી છે ? કાંઇ પણ પહોળાઇ વગરની લીટી આપણે દોરી શકીએ ખરા કે ? નહિ કાંઇ પણ પહોળાઇ વગરની લીટી દોરી શકાય નહિ તેથી આપણે કાંઇક પહોળી લીટી દોરીએ છીએ. **ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કાંઈ પણ પહોળાઈ નથી***

લીટી દોરવાનો હેતુ—કોઇ પદાર્થ કયાંથી શરૂ થાય છે ? કયાં પુરો થાય છે ? તેનો આકાર કેવો છે ? અથવા તે કયી દિશામાં જાય છે?

---

* પાસેની એક ખેતરની આકૃતિમા कथी એક કરોળીએ ड સુધી પોતાનો તંતુ બાંધ્યો છે. એ ખેતરનું સ્કેલ આપ્યું હોય તો એ તંતુની લંબાઇ આપણે કહી શકીએ ખરા કે ? ધારો કે ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટનું સ્કેલ આપ્યું છે ત્યારે कड તંતુ કેટલો લાંબો છે ? कड માપો. ધારોકે તે



એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દોરવી પડે છે. તેથી તેની લંબાઇ છે પણ (ખરી) પહોળાઇ નથી આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે. બહુજ પાતળો દોરો લઇએ તો તે લીટી બતાવે ખરો? નહિ. કારણ શું? પૃથ્વી પરના અક્ષાંશ વૃત, રેખાંશ વૃત, વગેરે લીટી ખરી કે? કારણ આપો ત્યારે લીટીને લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઇ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે? **લંબાઈજ**. ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. **એકજ.**

બિંદુ

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી **अ म ब**, **क म ड** દોરો. **अ म ब**, **क म ड** લીટી જ્યાં અરસપરસ છેદે ત્યાં **म** આગળનો ભાગ રહેવા દઇ બાકીનો ભાગ કાઢી નાખો **म** આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યાં કેવી આકૃતિ હોય છે તે કહો. બિંદુ.

એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ **म** માં છેદે તેમ દોરો ત્યારે **म** આગળની આકૃતિ કેવી છે? બિંદુ એની પહોળાઇ (જાડાઇ) શું? એક દશાંશ ઇંચ. એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ-બિંદુમાં છેદે ત્યાં તે બિંદુની જાડાઇ શું? એક વીશાંશ ઇંચ. ત્યારે ખરું જોતાં ખરી લીટીને કાંઈ પણ જાડાઈ (પહોળાઇ) છે? નહિ ત્યારે કાંઇ પણ જાડાઈ વગરની બે લીટીઓ જે બિંદુમાં-જગ્યામાં-છેદે તે બિંદુની જાડાઇ-પહોળાઇ શું? કાંઇ નહિ બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યાં

---

૧૨ ઇંચ લાંબી છે. ત્યારે ૧૨ ને ૧૦થી ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા **कड** લીટી કેટલી પહોળી છે? કાંઈ નહિ એવો જવાબ મળે **कड**થી લઈ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસે પાસે લીટી દોરો. ધારો કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દોરવાથી બધી જગા પુરાઇ ગઇ **ब** સુધીનું અંતર જો ૧૫ ફુટ **હોય** તો દરેક લીટી ૧૫×૧૨=૧૮૦=૧ ઇંચ અંતર બતાવે છે. કરોળીઆએ તંતુ બાંધ્યો **છે તે** તંતુ લીટી જો એક ઇંચ **પહોળાઇ** બતાવે તો તે તંતુ લીટી એક ઇંચ **પહોળી કેમ ન હોય? જેમ લીટીની લંબાઈ ઉપરથી** તંતુની **લંબાઇ** કાઢી **એ તેમ તેની પહોળાઇ ઉપરથી** તંતુની **પહોળાઇ** કેમ **ન કાઢી** શકીએ? તંતુની **પહોળાઈ બરાબર બતાવે એવી લીટી દોરો. આવી લીટી દોરી શકાય ખરી કે? નહિ. ત્યારે લીટીને પહોળાઈ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે? હા**

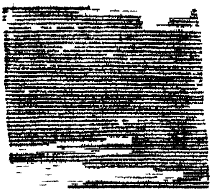
શું હોય છે? બિંદુ લીટીની કાંઈ પણ પહોળાઇ નથી ત્યારે બિંદુની પણ કાંઇ પહોળાઇ છે? નહિ ત્યારે બિંદુ ફક્ત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફક્ત **સ્થિતિ** એટલે તેનું **સ્થાન**જ છે.

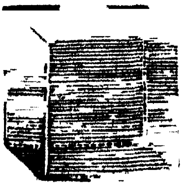
આ ઉપરથી બિંદુની વ્યાખ્યા શું હોઇ શકે? **જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઈ પણ પરિમાણ–મહત્ત્વ ન હોય તેને બિંદુ કહે છે.** "મહત્ત્વ" એટલે લંબાઇ, પહોળાઇ, વગેરે.

વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ, બાણનો છેડો, સોયની અણી, ખૂણાનો છેડો, ગુરૂત્વ મધ્ય, વગેરેમાં બિંદુ કોણ છે અને કોણ નથી તે કહો.

સમૂળગીજ પહોળાઇ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ, તેમજ સમુળગીજ લંબાઇ અને પહોળાઇ ન હોય એવું બિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લીટી કે બિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગી શકતી નથી

એક બિંદુને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને **લીટી** મળે છે.





તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે **સફાઈ** બનાવી શકીએ છીએ.

અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઇને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક **ઘન** બનાવીએ છીએ.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લા નો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

સિદ્ધ ભાગ.

ખંડ ૨ જો. પ્રમેય ભાગ

§૧૨. પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય વગેરે.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે આકૃતિઓ કરી છે તે આકૃતિનાં અમુક તત્ત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સંબંધદર્શક બતાવ્યાં છે પણ તેને માટે કોઈ પણ રીતે આપણે કાંઇ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી, આ પ્રયોગ જ્યારે સહેલા હતા ત્યારે આપણે સહેલાઇથી અમુક સત્યો બતાવી શકયા હતા. તેથી કરીને હવે પાંચ દશ યા પંદર આકૃતિ માપી લઇ તેના ઉપરથી ફકત અનુમાન ન કરતાં કોઇ પણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઇએ, પછી તેના અવયવો સર્વ માપી શકાય એવા હોય યા ન હોય. આ કામ ભૂમિતિના **સિદ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમાં તે આપણે હાથ ધરીશું. સિદ્ધ ભાગ કર્તવ્ય ભાગ કરતાં ચઢતો છે તે બે કારણને લીધે ખાસ કરીને છે અને તે એ છે કે

(૧) સિદ્ધ ભાગમા ફક્ત આપણને એકજ આકૃતિ લેવી પડે છે

(૨) અને તેને વિષે સાબિત કરેલી સત્યતા તેવી જાતની સર્વ આકૃતિને લાગુ પડે છે અને વળી કર્તવ્ય ભાગની માફક પ્રયોગ કરવાની જરુર રહેતી નથી.

સિદ્ધ ભાગમા જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા લઇ શકાય છે તેથી કોઇ પણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઇ પણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણ સિવાય પણ આ કારણોથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો છે એમ કહી શકાશે. જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી** લીધાં હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવાં છે કે

તે સાદાંમાં સાદાં છે. અને નહિ કે તે કોઈ પણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામાં આવ્યાં છે અને એથી વધારે સાદાં પ્રમાણ એવા નીકળી શકતા નથી, તે કોઇ પણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે. દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ જરૂર છે અને એવાં પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામા આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામા આવ્યા છે, તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમા પણ ભૂમિતિનાં **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો** છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેએ કહેવામાં આવશે અત્રે નીચેના પ્રમાણો* કહેવામા આવ્યા છે—

(૧) જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસ પરસ બરાબર છે.

રામની ચોપડીની કીમત ત્રણ રૂપિઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કિંમત ત્રણ રૂપિઆ છે તો રામ અને ગોવિંદની ચોપડીની કિમતો બરાબર છે કારણ કે બન્ને ચોપડીની કિંમત ત્રણ ત્રણ રૂપિઆ છે

(૨) સમપરિમિતોમાં સમપરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે. જેમકે

રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાચ રૂપિઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપિઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપિઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપિઆ આપ્યા છે.

(૩) સમપરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો લઈ લઇએ તો બાદ બાકી સમપરિમિતો રહે છે. જેમકે

રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપિઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપિઆ રહેછે;

* આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાના નથી. પરંતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી.

કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપિઆ લઇ લીધા છે

(૪) સમપરિમિતો એકજ ગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમપરિમિતો છે. જેમકે

રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપિઆ હોય અને બન્નેના રૂપિઆ ચાર ચાર ગણા કર્યાં હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપિઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમ સરખી ગણી કરી છે.

(૫) સમપરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમપરિમિતો છે. જેમકે

ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેના રૂપિઆના પાચ પાચ સરખા ભાગ કર્યાં હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપિઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમના સરખા ભાગ કર્યાં છે.

(૬) આખી: વસ્તુ તેના કોઈ પણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઈ પણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતા જો બરાબર અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ; અથવા તો

(૭) એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનું દૃષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે; પણ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઇ પણ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કોઇ પણ લીટી, ખૂણો યા આકૃતિને ઉંચકી, બીજી લીટી, ખૂણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતાં અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ સ્થિતિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે; અને પ્રથમ પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિસ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં

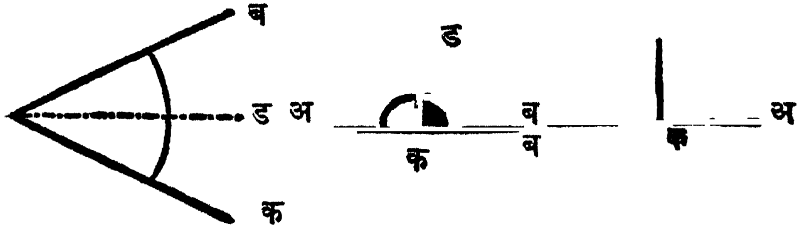
એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઈ પણ સાબિતી જોઇતી નથી.

સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે હમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઈ શકે છે કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઈ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીની વચ્ચે અવકાશની સીમા થઈ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને-એકની ઉપર બીજીને-એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખૂણો કરે છે. આ ખૂણો કરતી વખતે ફેરમાં એવી જગ્યામાં તે આવશે કે તેથી પ્રથમના ખૂણાના બે સરખા ભાગ થશે, આવી ફરતી લીટી એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવશે વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખૂણ ખૂણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લંબ થશે એટલે કે તે દ્વિકાટખૂણ ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦° થી ૧૮૦° નો ખૂણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આ-વશે. એજ પ્રમાણે જો अब લીટી ઉપર क બિંદુ अ થી ब તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ अ અને ब બન્ને છેડાથી સરખે અંતરે છે. અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિનિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિઃશંક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે. અને (૩) એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

કારણ કે આ બધાં કૃત્યો લીટીની એકજ સ્થિતિથી અને એકજ રીતે થઈ શકે છે.



(૧) ∠बअड=∠कअड (૨) कड ⊥ अब (૩) बक=अक

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયુ છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે; અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધભાગમાં આવાં ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલાં બધાં સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાઇ સિદ્ધ કરીશું તે તેવી જાતના કોઇ પણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઇ કોઇ પરિમિતના ચોક્કસ માપ લઇ શકાતાં નથી તેથી સિદ્ધભાગમાં જો કોઇ પણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેનાં છે.—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઇંચ વગેરેમાં આંકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કંપાસ યા કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેના કામમાં પડે છે. યૂક્લિડના સમયમાં ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઇ પણ સત્યના ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઈ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલાં છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કોઇ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે; અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને **સ્વીકૃત કૃત્ય** કહે છે એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલાં છે.

સ્વીકૃત કૃત્ય:—

(૧) એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.



(૨) અને એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઈમાં લંબાવી શકાય છે.



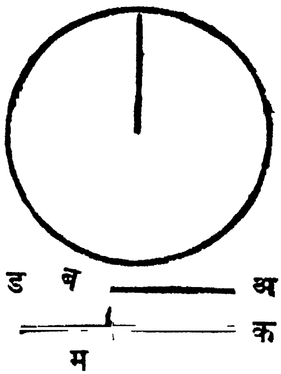
(૩) કોઈ પણ બિંદુ મધ્ય બિંદુ અને કોઈ પણ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસથી મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) એક લીટીને બે, ત્રણ. ચાર, . ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજા પણ સ્વીકૃત કૃત્યો આપેલા છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને કવચિતજ વાપરવામાં આવે છે, જેમ કે અવકાશમા એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમાં બે બિંદુની વચ્ચ સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાંધીએ તો બન્ને સીધી લીટી થી સંધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઇ પણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આંકણી મૂકી આંકણી બરાબર મરજી પડે તે દિશામાં તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઇ પણ જગ્યાએ એવું કહેલું નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુજ અંતર છે (પાંચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્ય બિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્ય બિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.

આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અંતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમાં લઈ જવું હોય તો તે કંપાસની મદદથી લઇ જઇ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (अब બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્ય બિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઇ જો એક વર્તુળનુ કાંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.



આ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદા છે. તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર બતાવેલા બીજા ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવાં કે ખૂણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લંબ દોરવાનુ) ધારી લીધેલા છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણુ કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધાં છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઈમાં હોય છે અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે. આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સફાઈમા જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેનીજ લીટી યા આકૃતિઓનાં ગુણ અને રચનાનુ વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં બતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સફાઇની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનું કારણ એટલુજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાંતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં

સાબિતી તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનાથી ચઢતી, યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામાં આવી છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છેઃ-

(૧) **પ્રમેય**—જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સાબિત કરવામાં આવ્યુ છે. જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર છે, યા કોઈ પણ સામાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે, તેને **પ્રમેય** કહે છે. પ્રમેયમાં કોઇ વખતે નવું કાર્ય કરવામાં આવે છે પણ ફક્ત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટે જ અંગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે; અને તે એવા સિદ્ધાંતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈ પણ સાબિત કરવાનો છે.

(૨) **કૃત્ય**—જે સિદ્ધાંતમાં કોઇ પણ ભૂમિતિની રચના કરવામાં આવી હોય છે તેને **કૃત્ય** કહે છે પ્રમેય સિદ્ધાંતમા જ્યારે કાંઈ સાબિત કરવાનું હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં હંમેશાં કાંઇક નવી રચના કરવાની હોય છે. જેમકે આપેલા ખુણાની બરાબર એક ખૂણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે.

આ નવી રચના કરવી એ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે.

વળી કોઇ પણ સિદ્ધાંતના પાંચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છે.

(૧) સિદ્ધાંતમાં જે કાંઇ સાબિત કરવાનું હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવી હોય તે સમૂહને સિધ્ધાંતની **સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા** અથવા **ઉદ્દેશ** કહે છે; જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(૨) જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કંઈ ફક્ત શબ્દ સમૂહમાં કહેવામાં આવ્યું હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોક્કસ શબ્દોમાં વર્ણન કર્યું હોય તેને **વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન** કહે છે. જેમ આ૰(૧)માં બતાવેલી

સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખૂણાનાં નામ આપી કહેવું કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલણા ત્રણ ખૂણાઓ બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઇ નવું કરવાને માટે જે કાંઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની **રચના** કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમાં પ્રમેયની સત્યતા સાબિતી સહિત બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનુ કાર્ય કરી આપ્યું હોય તે ભાગને સિદ્ધાંતની **સાબીતી** યા **સિદ્ધતા** કહે છે જેમકે(૧) માં બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખૂણાની બરાબર બીજો નવો ખૂણો કરવો, વગેરે

(૫) સિદ્ધાતના પાંચમા અને છેલ્લા ભાગમાં પ્રતિજ્ઞામાં બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યું છે એમ કહેવામાં આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ** અથવા **નિગમન** કહે છે

ઉપલા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં પ્રતિજ્ઞા-સામાન્ય અને વિશિષ્ટ—અને સમાપ્તિમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી કારણ કે જે સાધારણ શબ્દોમા કહ્યું હોય તે તેમાં ચોક્કસ શબ્દોમા કહેવામાં આવે છે. મુખ્ય ભગો રચના અને સિદ્ધતા છે કારણ કે સિદ્ધાંતમાં એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે; આ ભાગોમાં તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે અને ભૂમિતિના સિદ્ધાતો એવા છે કે કોઇ પણ નિયમ તર્કશાસ્ત્રનો તોડયો તો ઉંધુજ પરિણામ આવે છે. માટે આ ભાગનું મનન ઘણા આગ્રહપૂર્વક કરવું પડે છે.

વળી કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હોય અથવા બનાવવામાં આવ્યું હોય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કોઇ પણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિદ્ધાંત** કહે છે. આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરજ દેખાઈ આવે છે અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામાં આવતી નથી પણ તેને

સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામાં આવે છે.

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યાં છે:—

∴ માટે, અથવા તેથી; ∵ કારણ કે; મી. મીટર;

= બરાબર યા બરાબર છે; ∠ ખૂણો; " ઇંચ.

△ ત્રિકોણ. L કાટખૂણો. ' ફુટ.

∥ સમાન્તર સીધી લીટીઓ. ⊥ લંબ. મી. મી. મીલીમીટર

સ૦ ચ૦ = ∥કોણ= સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; સે મી સેન્ટીમીટર

≡ સર્વ સમાન (બધી રીતે બરાબર). ડે. મી. ડેસીમીટર

> મોટી છે. < નાની છે.

શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામા આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

કોઇ પણ પ્રતિજ્ઞામા બે ભાગ હોય છે જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને **સાધ્ય** કહે છે.

દરેક પ્રમેયમાં કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવાનુ હોય છે અને કૃત્યમાં કાઇ પણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂં થતા અનુક્રમે **પ્ર૦ સિ૦** અને **કૃ૦ કૃ૦** યા **પ્રમેય સિદ્ધ** અને **કૃત્ય કૃત** એવા શબ્દો લખય છે.

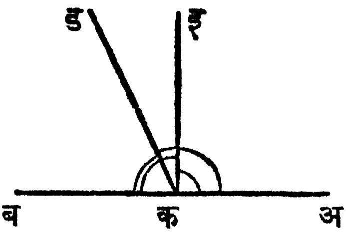
---

§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખૂણાઓનો સંબંધ.

સિદ્ધાંત ૧. પ્રમેય.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય-એક સીધી લીટીની એકજ બાજુએ બીજી સીધી લીટોથી થતા પાસે પાસેના ખૂણા બન્ને મળીને બે કાટખૂણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ—અબ સીધી લીટીની એકજ બાજુએ **ડક** સીધી લીટી **અકડ** અને **બકડ** બે પાસે પાસેના ખૂણા કરે છે;



ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખૂણાની બરાબર થશે.

રચના—ધારો કે क બિંદુમાંથી अब ઉપર कइ લબ છે. (સ્વી.)

સિદ્ધતા—अकड અને बकड ખૂણા મળીને अकइ, इकड અને डकब ખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેમજ अकइ અને इकब ખૂણા મળીને अकइ, इकड અને डकब ખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠अकड અને ∠बकड=∠अकइ અને ∠इकब (પ્ર૦ પ્ર૦)

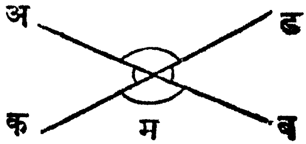
પણ ∠अकइ અને ∠इकब=૨ કાટખૂણા (રચના)

નિગમન—તેથી ∠अकड અને ∠ बकड=બે કાટખૂણા. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—જો કોઈ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો શિરોબિંદુ (છેદનબિંદુ) આગળ થતા ચાર ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

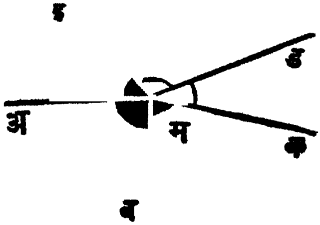
કારણ કે ∠अमक+∠कमब બે કાટખૂણા બરાબર છે સિ૦ ૧



અને ∠बमड+∠डमअ પણ બે કાટખૂણા બરાબર છે. (સિ૦ ૧)

ઉપસિદ્ધાંત ૨—ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ બિંદુ આગળ થતા સર્વ ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

કારણ કે **अम**ને લંબાવીએ તો **म** આગળના સર્વ ખૂણાઓ ચાર કાટખૂણા બરાબર છે. (ઉ० સિ० ૧)



પ્રશ્નો.

૧. ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧°, ૫૮°, ૧૦૧°, અને ૫૨°ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૨ ૧૨°, ૨૩°, ૪૯°, ૫૫° ના કોટિખૂણા યા એકકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદીને એક ખૂણો કાટખૂણો કરે તો બાકીના ખૂણાઓ પણ કાટખૂણા છે.

૪. સરખા ખૂણાના કોટિખૂણાઓ બરાબર છે.

૫. સરખા ખૂણાના ન્યૂનતાપૂરક ખૂણા બરાબર છે.

૬. △ **अबक** માં ∠ **अबक**=∠**अकब** અને **बक**ને બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બહારના બે પ્રમાણે થતા ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭ △ **अबक** માં ∠**अबक** =∠**अकब** અને **अब** અને **अक**ને લંબાવીએ તો પાયાની બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૮ જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસે પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૯. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણા (દરેક) ૫૫° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

૧૦. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો?

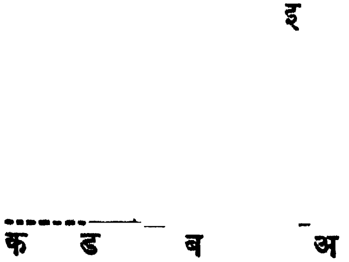
૧૧. ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩°ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસે પાસે છે અને ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખૂણા કેવડા?

સિદ્ધાંત ૨. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો પાસે પાસેના ખૂણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખૂણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન—∠अबइ અને ∠डबइ પાસે પાસેના ખૂણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ अब અને डब એકજ સીધી લીટીમાં થશે; એટલે अबड સીધી લીટી થશે.



રચના—अब ને क સુધી લંબાવો　　　(સ્વી० ફ૦)

સિદ્ધતા—अबक એક સીધી લીટી છે, અને इब તેની ઉપર પડે છે;

∴ ∠अबइ અને ∠कबइ ન્યૂનતાપૂરક છે　(સિ. ૧)

પણ ∠अबइ અને ∠डबइ ન્યૂનતાપૂરક છે.　(પ્રતિજ્ઞા)

∴ ∠अबइ + ∠डबइ = ∠अबइ + ∠कबइ　(પ્ર० પ્ર०)

∴ ∠डबइ = ∠कबइ　(પ્ર० પ્ર०)

∴ बक, बड એકજ સીધી લીટીમાં હોવી જોઇએ.

અને अबक એક સીધી લીટી છે, (રચના)

નિગમન— अबड પણ એક સીધી લીટીમાં છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. अब ની સાથે बक અને बड વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫° ના ખૂણા કરે છે તો बक અને बड એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૨. बक સાથે વિરૂદ્ધ બાજુએ बअ અને बड અનુક્રમે એકેક કાટખૂણો કરે છે તો बअ અને बड એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩. ∠बअक=૬૦°અને बअ=૧.૫" અને अक=૨", ∠ बअकને દુભાગનારી લીટી बक ને ड માં મળે છે તો अड અને अक માપો અને ∠अडबના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખૂણા કહો

૪. अबक લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુએ ∠ अबड અને ∠ कबइ બરાબર છે તો डब અને बइ એકજ સીધી લીટીમા છે.

૫ પાસે પાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખૂણે હોય તો ખણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે

૬. સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૭. કોઇ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બન્ને ભાગો સરખા ખણામાથી ફરશે.

૮. अबक અને डबइ સીધી લીટીઓ એક બીજાને बમાં છેદે તો ∠ अबइ + ∠ इबक = ? અને ∠ इबक + ∠ कबड = ?

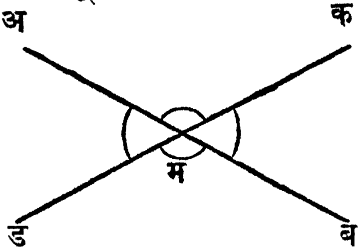
૯. એક લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯° ના છે તો બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખૂણાની કેટલી જોડ થશે ?

૧૧. પાંચ સીધી લીટી એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખૂણાની કેટલી જોડ થશે ?

સિધ્ધાંત ૩. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખૂણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્ર૦—अब અને कड બે સીધી લીટીઓ म બિંદુમાં છેદે છે તો ∠अमक=∠बमड થશે, અને ∠अमड=∠कमब થશે.

સિદ્ધતા—कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે.

∠अमक+∠अमड=૨ કાટખૂણા (સિ૦ ૧)

અને डम, अब ઉપર પડે છે.

∠अमड+∠बमड=૨ કાટખૂણા (સિ૦ ૧)

∴ ∠अमक+∠अमड=∠अमड+∠बमड (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્ને બાજુમાંથી ∠ अमड લઈ લો,

નિગમન—∴ ∠अमक=∠बमड, (પ્ર૦ પ્ર૦)

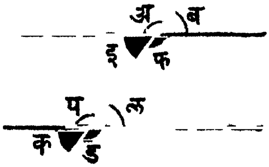
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमड=∠कमब. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠अमड=∠कमब છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણની સઘળી બાજુઓ બન્ને દિશામાં લંબાવી કહો કે કયા કયા ખૂણા બરાબર છે.

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠अ=∠इ તો ∠इ=∠फ;



જો ∠ब=∠ल તો ∠इ=∠क;
જો ∠ब=∠ल, તો ∠फ=∠ड
અને ∠इ=∠ल; જો ∠इ+∠प=
૨ L, તો फ+∠ल=૨ L,
∠ब+∠ड=૨ L, અને ∠अ
+∠क=૨ L છે.

૪. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો એક ખૂણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખૂણાને પણ દુભાગે છે.

૫. સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ લીટી છે.

૬. સિદ્ધાંત ૩ ની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠ अमक=૬૧°, તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

(૨) ∠ अमक + ∠ बमड=૨૨૦° તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

(૩) ∠ अमक + ∠ अमड + ∠डमब=૨[illegible]૧° તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૭. बड, ∠अबकने દુભાગે છે તો बड ઉપર △ अबक ને બેવડ વાળીએ ત્યારે अब ક્યાં પડશે ? अब, बक ની બહાર અને અંદર ક્યારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતાં એક ખૂણો ૧૫°નો કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૯. ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદતાં પાસેપાસેના બે ખૂણા ૨૫° અને ૬૧°ના કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ લંબાવતાં બહારના ખૂણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા કેવડા?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૪૮°ખૂણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા કેવડા કરશે ?

§ ૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખૂણાઓનો સંબંધ.

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઈમાં હોવી જોઇએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલું લંબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમાં એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામાં આવી નથી. આ ભૂમિતિમાં એકજ સફાઈમાં પડતી સમાન્તરો લીધી છે; જો કે વક્ર સફાઇમાં પડતી સમાન્તરો છે તો પણ તેને આ ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી નથી. જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખૂણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમા જુઓ.

સિદ્ધાંત ૪ થો વિદ્યાર્થીને ભારે લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો.

अब, **कड** બે લીટીને છેદતી એક **पफ** લીટી દોરો અને તેમાં ∠**अइल** અને ∠**इलड** દરેક ૭૦° નો કરો; પછી ∠ **बइल** અને ∠**इलक** ના માપ લો.

પછી **इलड** ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) **कलइअ** ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **इल** લીટી **लइ** સાથે મળી જાય. **इब**, **लड** નું શું થાય છે?

આ પ્રમાણે થવાનું કારણ શું?

જો **इअ**, **लक** ને લંબાવતાં તેઓ મળે તો **लड**, **इब** ને વિષે શું અનુમાન કરો? તેથી **अइब**, **कलड** વિષે શું અનુમાન કરો?

જો **इअ**, **लक** ને લંબાવતાં તેઓ ન મળે તો શું અનુમાન નીકળે છે? આ પ્રમાણે બતાવો કે **अब** ∥ **कड**.

સિધ્ધાંત ૪. પ્રમેય.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાનું જોડકું બરાબર હોય; અથવા

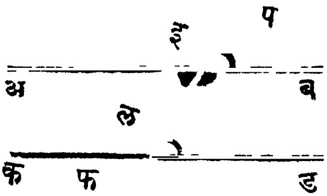
(૨) બહારનો એક ખૂણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના

માંહેના સામેના ખૂણાની બરાબર હોય; અથવા

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય;

તો તે સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

अब, कड બે સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી इ, ल માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે



(૧) જો ∠अइल=∠इलड, તો अब ‖ कड થશે.

આકૃતિમાંથી अइलक ભાગ છૂટો કરી એવી રીતે મૂકો કે ल,इ ઉપર અને इ,ल ઉપર પડે

∴ इल=लइ અને ∠अइल=∠इलड, इअ, लड ઉપર પડશે

અને ∠अइल=∠इलड, ∴ ∠बइल=∠कलइ (૧)

∴ लक, इब ઉપરજ પડશે.

જો इअ, लक, अ,क તરફ મળે તો તેઓ ब,ड તરફ પણ મળશે. પણ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી આ અશક્ય છે, ∴ लक અને इबની તેમજ इअ અને लडની દિશા એકજ છે. સિદ્ધતા)

∴ કોઈ પણ બાજુ પર अब,कड મળે નહિ.

∴ अब ‖ कड છે.

(૨) જો ∠पइब=∠पलड, તો अब ‖ कड થશે.

હવે ∠पइब=∠पलड અને ∠पइब=∠अइल (સિ૦ ૩)

∴ ∠अइल=∠इलड (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે, ∴ (૧) પ્રમાણે अब ‖ कड.

(૩) જો ∠ बइल + ∠ इलड = ૨ L, તો अब ∥ कड થશે.

હવે ∠ बइल + ∠ इलड = ૨ L (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ बइल + ∠ अइल = ૨ L (સિ૦ ૧)

∴ ∠ बइल + ∠ इलड = ∠ बइल + ∠ अइल (પ્ર૦ પ્ર૦)

∴ ∠ इलड = ∠ अइल. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે,

∴ પહેલા ભાગ પ્રમાણે अब ∥ कड છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો.

૧ સિદ્ધાંત ૪ નો ઉપસિદ્ધાંત સબિત કરો.

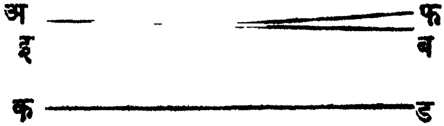
૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો તેને લંબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે

૩. अ ब क ड ચતુષ્કોણમાં ∠ ब अ क = ∠ अ क ड અને ∠ डअक = ∠ अकब તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે

૪ अबकड ચતુષ્કોણમા ∠ अ = ∠ ब અને बक = अड, તો આકૃતિને કાપીને, ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમાં પાછી ગોઠવીને બતાવો કે अब ∥ कड.

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણો થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલો સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ—એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હોઈ શકે નહિ. અથવા



કોઈ પણ બિંદુમાંથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દોરી શકાય છે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્લેફે-

अब, इफ બન્ને कडને સમાન્તર નથી. રનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહેવાયછે.

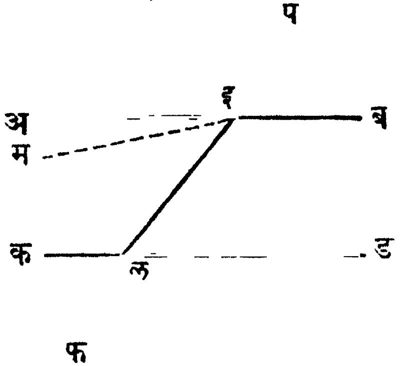
સિદ્ધાંત ૫. પ્રમેય.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારનો ખૂણો માહેના સામેના આડી લીટીની એક જ બાજુ તરફના ખૂણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે.



अब, कड બે સામાન્તર લીટીને पफ એક આડી લીટી અનુક્રમે इ,ल માં છેદે છે તો

(૧) ∠अइल = ∠इलड,

(૨) બહારનો ∠पइब = માંહેના સામેના ∠इलड, અને

(૩) માંહેના ∠इलड + ∠बइल = ૨ L થશે.

(૧) જો ∠अइल, ∠इलडની બરાબર ન હોય તો

ધારો કે ∠मइल = ∠इलड છે.

∴ ∠मइल = ∠इलड, ∴ मइ ∥ कड છે. (સિ૦ ૪)

પણ अब ∥ कड (પ્રતિજ્ઞા)

∴ मइ અને अइब બન્ને ∥ कड છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ.)

∴ ∠अइल = ∠इलड નથી એ અશક્ય છે.

∠अइल = ∠इलड છે.

(૨) હવે ∠अइल = ∠इलड (સિદ્ધ)

અને ∠पइब = ∠अइल (સિ૦ ૩)

∴ ∠पइब = ∠इलड. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩) હવે ∠अइल = ∠इलड; (સિદ્ધ)

બન્નેમાં ∠बइल ઉમેરીએ તો

∠अइल + ∠बइल = ∠इलड + बइल (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अइल + ∠बइल = ૨ L (સિ૦ ૧)

∴ ∠इलड + ∠बइल = ૨ L છે. (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધીને લંબ છે.

૨ સિદ્ધાંત ૫માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો.

૩ બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે; (૨) કયા કયા ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે, અને (૩) કયા કયા ખૂણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી છે.

૪ એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરીને એક બાજુ લંબાવીએ તો કયા કયા ખૂણા બરાબર છે ?

૫. **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખૂણા સરખા છે.**

૬. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો કેટલો ?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખૂણાનો સરવાળો કરો,

૮. જો કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯ **કોઈ પણ ખૂણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીના અંતર્ખૂણો આપેલા ખૂણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.**

૧૦. अबकΔમાં $\angle$ब=$\angle$क ને डइ ‖ बक તો $\angle$अडइ=$\angle$अइड,

૧૧. સિ. ૫માં ૩જો ભાગ ૧લા ભાગની મદદ વિના સિદ્ધ કરો.

૧૨. એકજ લીટીને દોરેલી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩. अब ‖ पफ અને बक ‖ पल તો $\angle$ब અને $\angle$प ને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લંબ છે.

૧૪. સિ ૫ માં इ, ल આગળના ચાર ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક લંબચોરસ બનાવે છે

૧૫. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના અંદરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે

૧૬. अब ‖ कड છે; તેઓને આડી લીટી प, र મા છેદે છે $\angle$प, $\angle$र ને દુભાગનાર લીટીઓ मમાં મળે છે સળ રચનાથી બતાવો કે (मप, मर ઉપર સળ વાળીને) म, अब અને कडથી સમાન અન્તરે છે

સિદ્ધતાનો પ્રકાર.

સિદ્ધત ૫ ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા ચાર સિદ્ધાતમા જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાચની સિદ્ધતા **સુલટી** છે અને ૫ મામા એ સિદ્ધતા **ઉલટી** છે કોઈ પણ સિદ્ધાત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાત ખોટો નથી, કારણ કે જો ખોટો હોય તો કાઈ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે ૫ મા સિદ્ધાતમા આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટું પરિણામ આણ્યુ છે. અને જ્યા જ્યા આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામા આવે છે ત્યા ત્યાં એના ઉલટાં અને વિપરીત પરિણામ આવે છે

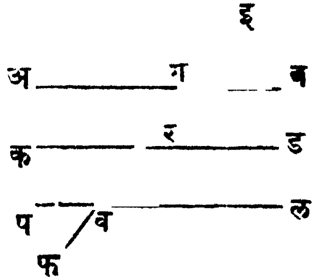
પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ કહેવાય છે સિદ્ધાંત ૪ થાના પક્ષમાં Δઓનો સંબધ આપેલો છે અને સાધ્યમાં લીટી ‖ કરવાની છે. ત્યારે સિદ્ધાંત ૫માંના પક્ષમા

લીટી || આપેલી છે અને સાધ્યમાં ∠ઓનો સંબંધ કાઢવાનો છે. તેથી એ બે સિદ્ધાંતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે. 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ' નો અર્થ 'ઉલટો' છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઇ પણ સિદ્ધાંતનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હોઇ શકે છે; પણ એક સિદ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હમેશાં સત્ય છે એવું નથી; જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખૂણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ-ખૂણા બરાબર હોય તો બાજુ પણ બરાબર છે-એ હંમેશાં સત્ય નથી.

સિદ્ધાંત ૬. પ્રમેય.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને **कड** બન્ને पलને || છે તો **अब, कड** || થશે.

રચના—इफ આડી લીટી ત્રણે સમાન્તરોને અનુક્રમે ग, र, व માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધતા—अब || पल, અને **इफ** બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠अगर = ∠गवल.   (સિ૦ ૫)

અને **कड** || पल, અને **इफ** બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠गरड = ∠गवल   (સિ૦ ૫)

પણ ∠अगर = ∠गवल   (સિદ્ધતા)

∴ ∠अगर (એટલે ∠ अगव)=∠गरड (२)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે

નિગમન— ∵ अब ‖ कड છે. (સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોટ—સિદ્ધાંત ૬ માં જ્યારે पल, अब અને कडની મધ્ય હોય ત્યારે સિદ્ધતા નહિજ જેવી છે; કારણ કે

अब ‖ पल અને कड ‖ पल છે.

∴ अब, पल અને कड, पल કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે पलની બહારની લીટીઓ, अब, कड મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે.

૨. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ છે તો બીજીને પણ તે લંબ છે.

૩. સિદ્ધાંત ૬ ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો.

૪. સિદ્ધાંત ૬ દ્રામાં "સમાન્તર"ને બદલે "સરખા" અને "લંબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

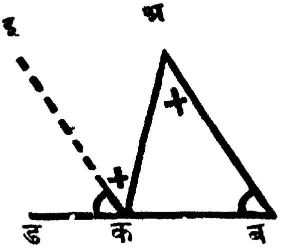
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર નાના લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ દ્રામાં જો ચોરસ લઇએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§ ૧૫. ત્રિકોણના બધા ખૂણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખૂણાનું અને બાહ્યખૂણાનું એકંદર મહત્વ.

સિદ્ધાંત ૭. પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા મળીને:બે કાટખૂણા બરાબર છે.



अबक એક ત્રિકોણ છે તો ∠अ+∠ब+∠क=બે કાટખૂણા થશે

રચના-बक ને ड સુધી લબાવો, અને ધારો કે कइ, अब||છે.

સિદ્ધતા-अब||कइ, ∠अ=∠अकइ (સિ૦ ૫)

અને अब || कइ, ∠ब= इकड (સિ૦ ૫)

∠अ+∠ब=∠अकइ+∠इकड; (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્નેમાં ∠अबक ઉમેરો.

∠अ+∠ब+∠अकब=∠अकइ+∠इकड+∠अकब;

પણ क આગળના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર છે (સિ૦ ૧)

નિગમન- ∴ ∠अ+∠ब+∠अकब=૨∟ છે.

એટલે ત્રિકોણના ∠अ+∠ब+∠क=બે કાટખૂણા. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧-કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખૂણો માંહેના સામેના બે ખૂણાની બરાબર છે; અને તે માંહેના સામેના કોઇ પણ ખૂણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખૂણા બીજાના બે ખૂણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખૂણા પણ બરાબર છે.

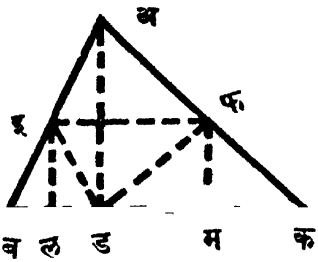
ઉપસિદ્ધાંત ૩–કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪–કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૫—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય છે.

પ્રશ્નો.

૨. નીચે પ્રમાણે △ બનાવી સિ. ૭ સિદ્ધ કરોઃ—



[△अबकમાં अड, बक પર ⊥ છે અને इ, अब નું અને फ, अकનું મધ્ય બિંદુ છે અને इल અને फम, बकને ⊥ છે]

૨. કોઇ પણ કાટખૂણ△માં બે સાંકડા ખૂણા અરસપરસ કોટિખૂણા છે

૩. જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખૂણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખૂણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર જો કાટખૂણામાંથી લંબ દોરી હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે.

૫. अबक△માં बकની ∥ લીટી कમાંથી દોરી સિ૦ ૭ સિદ્ધ કરો.

૬. △अबकમાં बक લંબાવતા બહારનો ∠अकड=૧૨૨° અને ∠अ=૫૨° છે તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લંબ હોય તો પહેલી જોડની વચ્ચેનો સાંકડો ખૂણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાંકડા ખૂણા બરાબર છે.

૮. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયાને લંબાવીએ તો બહારના ખૂણાઓ એ કાટખૂણા અને પાયાની સામેના ખૂણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯. Δअबकમાં∠ब,∠कને बड, कड દુભાગે છે તો ∠बडक =૯૦°+अ/૨.

૧૦. Δअबक માં अब, अक ને લંબાવતા બહારના ખુણાને बड, कड દુભાગે છે તો ∠ बडक =૯૦°–अ/૨.

૧૧ બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એકજ બાજુના માહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખૂણે મળે છે

૧૨ Δ अबक મા अब=अक અને बअને લંબાવતાં अक=अड હોય તો डक, बकને લંબ છે.

૧૩ કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીથી થતો અંતર્ખૂણો બાકીના ખૂણાના સરવાળાથી અર્ધો છે

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણની એક બાજુને બન્ને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખૂણા બે કાટખૂણા કરતાં મોટા છે.

૧૫. કોઇ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો પાયાની સામેનો ત્રિકોણનો ખૂણો અંદરના ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૬. अबकΔમાં ∠अ, ∠ बને દુભાગનારી લીટીઓ ड માં મળે તો ∠अडब>૧∠.

૧૭ अबकड ચતુષ્કોણમાં अक કર્ણ ∠अ અને कને દુભાગે છે તો ब અને ड આગળના બહારના ખૂણા બરાબર છે.

૧૮ પાયા આગળની Δ ની બે બાજુ લંબાવતા થતા બહારના ખુણાઓ મળી બે કાટખૂણાથી વધારે છે.

૧૯. એક Δ મા ત્રણે ખૂણા બરાબર હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૨૦. એક Δ માં બે ખૂણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

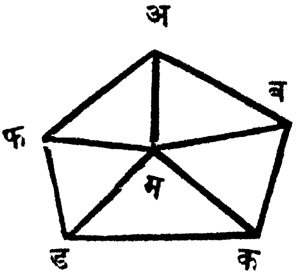
૨૧. अबकड ચતુ૦ માં अब, डक લંબાવતાં મળે છે; તે ब, क આગળના બહારના ∠ઓ મળી अ, ड આગળના અંદરના ∠ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના ∠ઓ મળી=૬ કાટખૂણા છે.

૨૩. નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ∠નું મહત્ત્વ શું ?

સિધ્ધાંત ૮. પ્રમેય.

કોઈ પણ બહુકોણ આકૃતિના અંદરના બધા ખૂણા અને ચાર કાટખૂણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખૂણાની બરાબર છે.



अबकडफ એક બહુકોણ છે તો તેના સઘળા અંદરના ખૂણા +૪ કાટખૂણા=બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખૂણા થશે

રચના—બહુકોણમાં કોઈ પણ म બિંદુ લો, અને मને દરેક શિરઃ બિંદુ સાથે સાંધો.

સિદ્ધતા—હવે બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેટલા ત્રિકોણ છે.

અને દરેક △ના ત્રણ ખૂણા=૨ ∟ઓ છે. (સિ૦ ૭)

∴ બધા △ઓના બધા ખૂણાઓ મળી જેટલા ત્રિકોણો છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે.

∴ બધા △ઓના બધા ખૂણાઓ મળી બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે

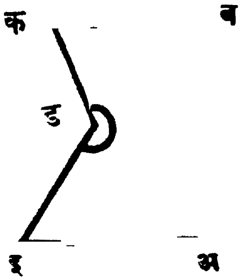
પણ △ઓના ખૂણાઓ=બહુકોણના ∠ઓ + म આગળના ∠ઓ,

અને म આગળના ખૂણાઓ=૪ કાટખૂણા (સિ૦ ૧ ઉ૦ ૨)

∴ △ઓના ખૂણાઓ બરાબર ∠ઓ + ૪ કાટખૂણા

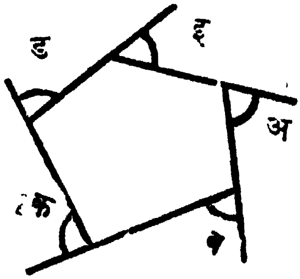
નિગમન—∴ બહુકોણના ∠ઓ + ૪ કાટખૂણા=બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા છે. **પ્ર० સિ०**

નોટ—પાસેની આકૃતિમાં બતવેલો ड ખૂણો અતિદ્વિકાટખૂણ યા અંતર્ગામી યા '**રીફ્લેક્ષ**' ખૂણો છે, જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં. એ ખૂણો બે કાટખૂણાથી મોટો છે.



સિધ્ધાંત ૯. પ્રમેય.

કોઈ પણ બહુકોણ આકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ પણ ખૂણો અતંર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.



સાધન—**अवकडइ** એક બહુકોણ છે અને તેનો કોઇ પણ ખૂણો અંતર્ગામી નથી; અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખૂણા થાય છે

ત્યારે ∠ अ + ∠ ब + ∠ क + ∠ ड + ∠ ई = ૪ L થશે.

સિદ્ધતા—બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેટલાં શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળ બહારનો ∠ + અંદરનો ∠ = ૨ L (સિ૦ ૧)

સઘળા બહારના ∠ ઓ + સઘળા અંદરના ∠ ઓ જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે.

પણ સઘળા અંદરના ∠ ઓ + ૪ કાટખૂણા જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે. (સિ૦ ૮)

∴ બહારના ∠ ઓ + અંદરના ∠ ઓ = અંદરના ∠ ઓ + ૪ L

બહારના ∠ ઓ = ૪ કાટખૂણા છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

નિગમન–∴ ∠ अ + ∠ ब + ∠ क + ∠ ड + ∠ ई = ૪ L છે પ્ર૦ સિ૦

સિદ્ધાંત ૮ અને ૯ ઉપરના પ્રશ્નો.

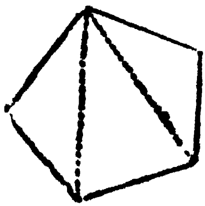
૧ એક ચતુષ્કોણના બહારના ખૂણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખૂણો અને અંદરના બધા ખૂણા કેવડા?

૨. એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખૂણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખૂણા સરખા છે તો સઘળા ખૂણા કેવડા?

૩. કોઇ પણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખૂણા (૨×અ–૪) કાટખૂણા બરાબર છે.

૪. કોઈ પણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખૂણો (૨ અ–૪) ÷ અ કાટખૂણા બરાબર છે.

૫. એક Δ માં પાયા ઉપરનો ખૂણો અનુક્રમે સામેના ખૂણાથી ત્રણ ગણો અને પાંચ ગણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો



૬. કોઈ પણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી સિદ્ધાંત ૮ મો સાબિત કરો.

૭. એક Δ ના પાયા ઉપરના ખૂણાઓ ૬૫° અને ૮૨° છે તો

સામેનો ખૂણો કેવડો ? સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખૂણા કરે છે ?

૮ પ્રશ્ન ૭મામાં પાયા ઉપરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

૯. એક ચતુષ્કોણમાં ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી ત્રણગણા, ચારગણા અને ૭ગણા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૧૦ એક સમબહુકોણમાં દરેક ખૂણો (૧) ૧૦૮°, (૨) ૧૫૦°, (૩) ૧૭૬°, (૪) ૧૭૭$\frac{૧}{૨}$° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખૂણો કેવડો ?

૧૨. એક સમબહુકોણમાં બહારનો દરેક ખૂણો (૧)૩૦°, (૨)૧૨°, (૩) ૪૦°, (૪) ૯°, (૫) ૧૫°, (૬) ૩૬°; (૭)૯૦°; (૮)૨૪°, (૯) ૪° અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી બાજુ હશે ?

૧૩ ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૩૩° ના બહારના ખૂણા હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે ? કારણ આપો

૧૫. બહારનો ખૂણો પહોળો ખૂણો હોઇ શકે એવો સમકોણ કયો ?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખૂણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭. પ્રોટૅક્ટરથી ૨'૦" બાજુ ઉપર એક સમપટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામા બાજુ ૪ ૨ સે મી. હોય ત્યારે સમપટ્કોણ બનાવો

૧૯. ૧'૪' બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

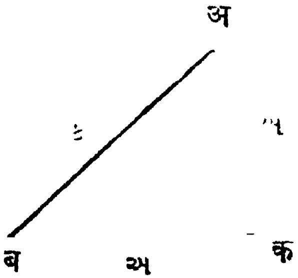
૨૦. પ્રશ્ન ૧૭મામાં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઇ બીજાં શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો; આ આકૃતિ કેવી છે ? તેના બાજુ અને ખૂણાનાં માપ કાઢો.

૨૧. **સિદ્ધાંત ૮, એક બિંદુ આગળ આપેલા બહુકોણની બાજુની સમાન્તર લીટી-દોરી, સાબિત કરો.**

§ ૧૬. ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ** યા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ "**બરાબર**" થાય છે એટલે "**સર્વ રીતે બરાબર**" થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમાં પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમાં બરાબર હોય તો હમેશા તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ પાછળથી બતાવવામાં આવશે.

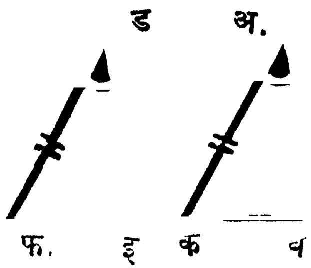


વળી કોઈ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતા માલમ પડે છે કે તેના છ "તત્વો" યા "અંગો" છે. ત્રણ ખૂણાઓ ∠ अ, ∠ ब, ∠ क અને ત્રણ બાજુઓ અ, બ, ક, (ખૂણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણના છ અંગો તે બીજા ત્રિકોણના છ અંગોની બરાબર અનુક્રમે છે, અને ત્રિકોણોના ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમાં બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખૂણાની સામેની હોય છે અને ખૂણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમાં બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે, એટલે એક આકૃતિ **સર્વ અંગમાં** બીજી આકૃતિની **બરાબર** છે, એટલે બન્ને **એકરૂપ** છે.

સિદ્ધાંત ૧૦. પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતઃખૂણા પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.



સાધન—अबक અને डइफ ત્રિકોણોમા अब=डइ અને अक=डफ અને ∠अ=∠ड તો ∆अबक ≡ ∆डइफ થશે.

સિદ્ધતા—∆अबक ને ઉંચકીને ∆डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે અને

अब= डइ, ∴ ब,इ ઉપર પડે છે

વળી ∠अ=∠ड, તેથી अक, डफ ઉપર પડે છે.

અને अक=डफ ∴ कफ ઉપર પડે છે

અને ब,इ ઉપર અને क,फ ઉપર પડે છે,

∴ बक,इफ ઉપર પડે છે ∵ बक, इफ સીધી લીટીઓ છે.

∴ ∆अबक,∆डइफ ઉપર બરાબર પડે છે.

નિગમન— ∆अबक ≡ ∆डइफ. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અવશ્ય યાદ રાખવાનુ છે કે બાજુની વચ્ચેના **અંતર્ખૂણાજ** બરાબર છે સમકોણ ∆ ઓમાં સરખા ∠ઓની સામેની બાજુને **મળતી આવતી** કે **સંગત** બાજુ કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧, સિદ્ધાંત ૧૦ મો કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિસ્થિતિમાં મૂકી સાબિત કરો.

૨. સિ૦ ૧૦ માં કયાં કયાં ખૂણા અને બાજુ બરાબર થયાં છે?

૩. સિ૦ ૧૦ મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખૂણો લઈ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઇ પણ બે ત્રિકોણ લઇ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઇ અને અંતર્ખૂણા સિવાયના ખૂણા બરાબર લઇ ∆ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૬. ચતુષ્કોણમાં કર્ણ કાટખૂણે દુભાગે તો ચ૦ રામ્બસ કે ચોરસ છે

૭. **अब**ના મધ્યબિંદુ **क** માંથી **कड** લંબ દોરીએ તો **कड** નુ કોઇ પણ બિંદુ **अ** અને **ब**થી સમાન અંતરે છે

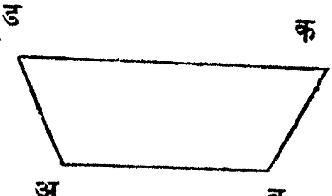
૮, **अब** અને **कड** અરસપરસ **म**માં દુભાગે તો ∆**अमक** ≡ ∆**बमड**.

૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુના અંતર્ખૂણાને દુ-ભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે.

૧૦. ∆**अबक**માં **अब** = **अक** અને **अब** અને **अक** માં અનુક્રમે **अड** = **अइ** છે તો **कड** = **बइ**.

૧૧. **अबकड** ચોરસમાં **ल**, **म**, **फ** અનુક્રમે **अब**, **बक**, **कड**નાં મધ્ય બિંદુ છે તો (૧) **अफ** = **अम**; (૨) **बफ** = **डम**, (૩) **लम** = **मक** અને (૪)**अम** = **डम**.

૧૨. ∆**अबक** ≡ ∆**डइफ** છે અને **म**, **बक**નું અને **ल**, **इफ** નુ મધ્યબિંદુ હોય તો **अम** = **डल** અને ∠**अमब** = ∠**डलइ**



૧૩. **अबकड** ટ્રાપિઝ્યમમાં **अड** = **बक** અને ∠**ड** = ∠**क** અને **डक**માં **म** એવુ છે કે **मड** = **मक** તો **अम** = **बम** સિદ્ધ કરો

૧૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિ૦માં સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લંબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.

૧૫. ∆ **अबक**માં **अड** મધ્યગા છે. અને **अड**ને લંબાવતાં **अड** = **डइ** તો ∆**कडइ** ≡ ∆**बडअ** અને ∆**बडइ** ≡ ∆**कडअ**.

૧૬. अब,कड, મમાં દુભાગે તો अक || बड.

૧૭. अब, कड કાટખૂણે દુભાગે તો अबकड રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૧૮ अब = અને || कड તો अक = અને || बड છે.

૧૯. अबकΔની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबह અને अकड સમબાજુ Δઓ બહારથી હોય તો कह= बड.

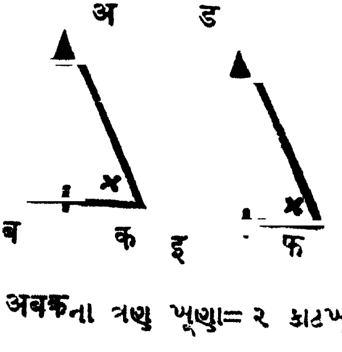
૨૦. अबकडइ નિયમિત પંચકોણમાં अक=बड=कइ=डअ=इब છે.

૨૧. अबकडइफ નિયમિત પટ્કોણમાં अकइ અને बडफ સમબાજુ Δ ઓ છે.

સિધ્ધાંત ૧૧. પ્રમેય.

જો કોઈ ત્રિકોણનાં બે ખૂણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણનાં બે ખૂણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

अबक અને डइफ Δ ઓમાં बक=इफ અને પહેલાના બે ખૂણાઓ બીજાના બે ખૂણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો Δ अबक≡Δडइफ થશે.



સિધ્ધતા—Δ अबकના ત્રણ ખૂણા= ૨ કાટખૂણા = Δ डइफના ત્રણ ખૂણા. (સિ૦ ૭)

પણ Δअबक ના બે ∠ ઓ=Δडइफ ના બે ∠ ઓ

∴ Δ अबक નો ત્રીજો ∠ =Δडइफનો ત્રીજો ∠ (સિ૦ ૭ ઉ૦)

∴ ∠ अ=∠ड, ∠ब=∠इ; ∠क=∠फ છે.

હવે △ अबकने △ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર પડે અને बक, इफ ઉપર પડે

અને बक=इफ, क, फ ઉપર પડે છે

અને ∠ब=∠इ, बअ, इड ઉપર પડશે.

અને ∠क=∠फ, कअ, फड ઉપર પડશે,

बअ અને कअ નુ સામાન્ય બિંદુ इड અને फड ના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે, કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

△अबक, △ डइफ ઉપર બરાબર પડે છે.

अबक ≡ △डइफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પદ્ય પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત સિધ્ધ કરો.

૨ अबक, डइफ એ △ઓમાં अब=इफ અને ∠अ=∠इ અને ∠ब=∠ड તો △ઓ સરખા છે? કારણ આપો.

૩ △अबकमां ∠ब=∠क અને अड, ∠अને દુભાગે છે તો बड=कड

૪. એક ત્રિકોણમાં ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. △अबक≡△डइफ અને ∠अ અને ∠डને દુભાગનારી લીટી પાયાને प, म મા મળે છે તો अप=डल.

૬. કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખા લીટીઓ પર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૭. કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ=છે.

૮. કોઈ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૯. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ખૂણાને દુભાગનારી લીટી જો પાયાને લંબગા હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. अबकड ચતુષ્કોણમા अक, ∠अ, ∠कને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે જોડકાં છે, અને अक⊥बड.

૧૧. કોઈ પણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જો કોઇ પણ લીટીનો અંતર્ભાગ હોય તો આ અન્તર્ભાગનું મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે.

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્ય બિંદુમાથી બીજી કોઇ પણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યાં દુભાગાય છે

૧૩. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્યબિંદુમાથી બીજી કોઇપણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગો= છે

૧૪. નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇ પણ નદીની પહોળાઇ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવો —

એક માણસ કિનારા પર अ બિંદુ આગળથી તદ્દન સામે કિનારા પર ब ઝાડ અથવા કોઇ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે. આ કિનારા પર એની કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી अबને કાટખૂણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર क બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે વળી अक ની સીધી લીટીમાં વધારે દૂર कड=अक થાય તેમ જઇ ને ड આગળ અટકે છે અને डથી बની સામેની બાજુમાં अबની સમાન્તર એટલે अड ને કાટખૂણે જાય છે અને इ બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો ब, क इ, એકજ સીધી લીટીમાં આવેલા છે, તો નદીની પહોળાઇ डइ જેટલી છે

૧૫ પાયા ઉપરના ખૂણામાથી સમદ્વિબાજુ △ મા સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે.

૧૬. अबकड ચતુષ્કોણમાં अइ, कफ બન્ને ⊥ बड તો જ્યારે अइ=कफ ત્યારે बड, अक ને દુભાગે છે.

૧૭. फगह △માં फग=फह. गक⊥फग હોય फह ને क મા અને हल⊥हफ હોઈ फग ને ल માં મળે છે તો गल=हक.

૧૮. કોઇ પણ △ની બહાર ત્રણ એવાં બિંદુઓ છે કે જેમાંનું દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે. અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે.

સિધ્ધાંત ૧૨. પ્રમેય.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખૂણા બરાબર છે.



સાધન—Δअबकमां अब=अक तो ∠अकब=∠अबक થશે.

રચના—ધારો કે अफ, ∠बअक ने દુભાગી बकने फमां મળે છે.

સિધ્ધતા—Δबअफ અને Δ कअफमां

बअ=कअ અને अफ સામાન્ય છે (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ बअफ=∠कअफ (રચના)

∴ Δबअफ ≡ Δकअफ (સિ૦ ૧૦)

∠क=∠ब પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अक ने ड, इ **સુધી લંબાવીએ તો** ∠डबक=∠इकब.

(આ ખૂણા સરખા ખૂણાના દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨—સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; કારણ કે **ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.**

ઉપસિધ્ધાંત ૩—સમદ્વિબાજુΔમાં પાયાની સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

નોટ—સમદ્વિબાજુ Δ માં બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયો એટલે ત્રીજી બાજુ, શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો

વ્યા૦ ૫૪—કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી સીધી લીટી **મધ્યગા** કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. સિ૦૧૨માં △અબક, અફની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

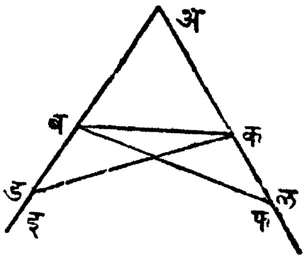
૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઇ પણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે

૩. ઉ૦ સિ૦ ૧માં જો ∠અબક=૭૨° તો ∠ઇબક કેવડો ? અને ∠અકબ=૬૭° તો ∠ઇકબ કેવડો ?

૪. એક ત્રિકોણમાં ∠અ=૩૨°, અબ=અક=૫ ૨″ તો પાયા ઉપરના ખૂણા કેવડા ?

૫ △અબક સમદ્વિબાજુની સરખી બાજુ અબ, અક લબાવતાં બડ=લક છે તો (૧) △અબલ≡અકડ અને (૨) △ઇબક≡△લકબ.આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે ∠અબક=∠અકબ.

૬ સમદ્વિબાજુ △અબક અને △ડબક વિરુદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) ∠અબડ=∠અકડ, (૨) ∠બઅડ=∠કઅડ અને ∠બડઅ=∠કડઅ.



૭. સિ૦ ૧૨માં બતાવો કે અફ અને બક એક બીજાને લબ છે.

૮. અબક અને લબક △ઓ એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુન છે તો (૧) ∠બઅલ=∠કઅલ; (૨) ∠અબલ=∠અકલ, (૩) △અબલ≡△અકલ.

૯. અબકમાં અબ=અક=૧૫મે. મી અને ∠ક=૭૦°તો બાકીના ખૂણા કાઢો.

૧૦. △ અબક સમદ્વિબાજુ છે અને ડ,ઇ,ફ બાજુઓના મધ્ય બિંદુ છે તો △ ડઇફ પણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. △અબક સમદ્વિબાજુ છે; ઇ,ફ,અબ અને અકનાં મધ્ય બિંદુ છે તો બઇ=કફ અને △બઇક≡△કફબ.

૧૨. △અબક સમદ્વિબાજુ છે અને બઇ અને કફ પાયા ઉપરના ખૂણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો બઇ=કફ.

૧૩ △अबक સમદ્વિબાજુ છે અને ∠अ,∠ब ને દુભાગી अड,बड, डમાં અનુક્રમે મળે તો डक,∠कને દુભાગે છે.

૧૪. अबक△ સમદ્વિબાજુ છે અને डब,इक પાયાને (बक ને) લંબ છે અને अक,अब ને ड,इ મા મળે છે તો △डबक=△इकब.

૧૫. સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખૂણા બરાબર છે.

૧૬. સમ ચોરસમાં કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો=૪૫°

૧૭. अबकड સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड કર્ણ છે તો

(૧) ∠अडब=∠कडब (૨) ∠कबड=∠कडब, (૩) ∠अबक=∠अडक.

૧૮. સમદ્વિબાજુ △ ની સરખી બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખૂણો એક કાટખૂણા કરતા મોટો છે.

૧૯. કોઇ પણ સીધી લીટી ગુધી બહારના બિંદુથી બે કરતા વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ.

૨૦. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ △ના પાયાને લંબાવતા થતો બહારનો ખૂણો અંદરના ખૂણા કરતાં મોટો છે.

૨૧. કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ △મા પાયા ઉપરના સાંકડા ખૂણા છે.

૨૨. પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ △ માં સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ △માં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબો બરાબર છે.

૨૪. કાટખૂણ △ની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે.

૨૫. સમબાજુ △માં દરેક ખૂણો $\frac{2}{3}$ કાટખૂણાની બરાબર છે.

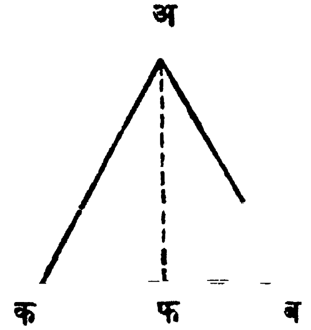
૨૬. કાટખૂણ સમદ્વિબાજુ △માં દરેક સરખો ખૂણો $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો છે.

સિધ્ધાંત ૧૩. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં જો બે ખૂણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ—अबक △મા ∠क=∠ब તો अब=अक થશે.

રચના—ધારો કે अफ, ∠अને દુભાગે છે.



સિધ્ધતા—△अबफ અને △अकफમા

∠ब=∠क (પ્રતિજ્ઞા)
∠बअफ=∠कअफ (રચના)
અને अफ સામાન્ય છે.

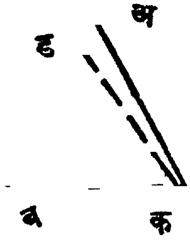
∴ △अबफ≡△अकफ (સિ० ૧૧)

अब=अक. પ્ર० સિ०

અથવા:—

સાધન—अबक ત્રિકોણમાં ∠अकब=∠अबक છે તો अब=अक થશે.

રચના—अब, अकની બરાબર ન હોય તો તેમાંથી એક બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ. ધારો કે अब, अकથી મોટી છે.



अबमાંથી अक=बड કાપો અને कड ને સાધો. (સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા—Δ अकब અને Δ डबकમાં

अक=डब (રચના), ખૂણો अकब=ખૂણો अबक (પ્રતિજ્ઞા)
અને बक સામાન્ય છે.

∴ Δ अकब ≡ Δ डबक છે. (સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે; પણ એ અશંકય છે.
તેથી अब,अक થી મોટી નથી, તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ अब=अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

પ્રશ્નો

૧. Δअबकની બે બાજુ લંબાવતાં બહારના ખૂણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨. Δअबक માં अब=अक અને क અને ब ખૂણાને દુભાગનારી લીટી कड અને बड, ड માં મળે તો Δडबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨માં डअ, अ ખૂણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. अबकडમાં अब=अड અને ખૂણોब=ખૂણોड તો कब=कड છે

૫. Δअबकમાં बकમાં प અને ड એવાં બિંદુ છે કે ખૂણો बअप =ખૂણો कअड અને अप=अड તો अब=अक છે.

૬. Δअबकમાં ∠ब=∠क=૨ ∠अ; અને ∠ब ને દુભાગનારી લીટી बड, अक ને डમાં મળે છે તો अड=बड.

૭. જો કોઇ Δ ના બહારના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને || હોય તો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૮ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી || લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ Δ થાય છે.

૯ કોઈ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીના કોઇ પણ બિંદુમાથી ગમે તે શાખા લીટીને || દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ Δ કરશે.

૧૦. સમદ્વિબાજુ Δ ના પાયા ઉપરનો લબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧ કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનાર લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી શાખા લીટીને || દોરેલી લીટી રોમ્બસ બનાવે છે.

૧૨. अब, कबड ને बમાં મળે છે અને बप, ∠ कबडને અને बम, ∠ डबअને દુભાગે છે. જો पम || कड તો अम=अब=अप અને Δबपम કાટખૂણુ Δ છે.

સિધ્ધાંત ૧૪. પ્રમેય.

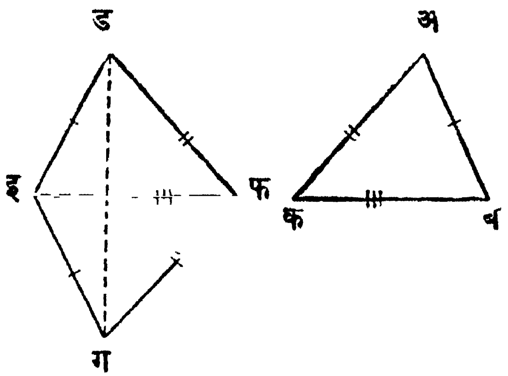
જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

સાધન—अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब=डइ, बक=इफ અને कअ=फड તો Δ अबक ≡ Δडइफ

સિદ્ધતા—Δअबक ને ઉંચકીને એવી રીતે મેકો કે ब, इ ઉપર અને बक इफ ઉપર પડે અને बक=इफ તથા क,फ ઉપર પડે છે:

પણ એવી રીતે કે अ,ड તરફ ન પડતાં તેની સામેની બાજુએ પડે. ધારો કે ग ઉપર अ પડે છે. डग સાંધો.

પ્રથમ ભાગ—डग, इ ને फની વચ્ચે પડે છે.



હવે इडग ત્રિકોણમાં इड=इग (એટલે बअ)

∠इडग=∠इगड (સિ૦ ૧૨)

અને फडग ત્રિકોણમાં, फड=फग (?)

∴ ∠फडग=∠फगड (સિ૦ ૧૨)

આખો ∠इडफ=આખો ∠इगफ (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠इगफ=∠कअब છે. (?)

∴ ∠बअक=∠इडफ (પ્ર૦ પ્ર૦)

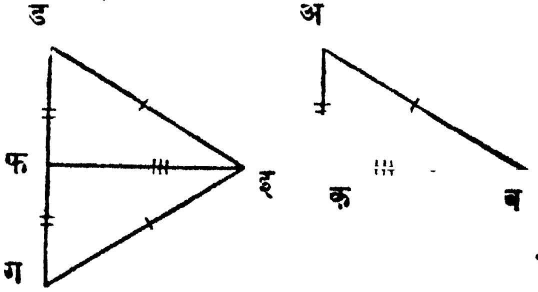
વળી △ अबक અને △इडफમાં

अब=डइ અને अक=डफ, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ बअक=∠ डइफ. (સિદ્ધ ૧)

∴ △अबक ≡ △डइफ. (સિ૦ ૧૦)

દ્વિતીય ભાગ—डग પાયાના फ છેડામાંથી જાય છે



હવે इडग△મા

इड=इग (૧)

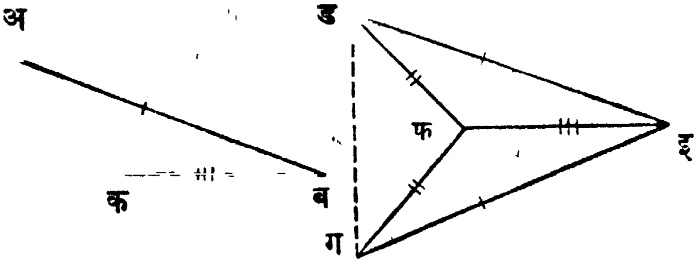
∠इगड=इडग(સિ ૧૨)

પણ ∠इगड=∠बअक

∴∠कअब=∠इडफ

△अबक ≡ △डइफ. (પ્રથમ ભાગ)

તૃતીય ભાગ—डग પાયાની બહાર પડે છે



હવે इगड ત્રિકોણમા इड=इग (?),

∠इडग=∠इगड (સિ. ૧૨) અને डफग ત્રિકોણમા

फड=फग (?) ∠फडग=∠फगड (સિ. ૧૨.)

∠इडफ=∠इगफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠इगफ=∠बअक, તેથી ∠बअक=∠इडफ.

∴ △ अबक ≡ △ डइफ. (પ્રથમ ભાગ). **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧ સિદ્ધાંત ૧૪ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત કહો. તે સત્ય છે ?

૨ એક વર્તુળમાં બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૩. अबक વર્તુળમાં પરિઘ ઉપર अ, ब, क, ड ચાર બિંદુઓ છે અને ∠अमब=∠कमड તો अक=बड (म મધ્યબિંદુ છે)

૪. अबक વર્તુળમાં अब જ્યા છે અને ड अब નું મધ્ય બિંદુ છે, તો જો म, વર્તુળનુ મધ્યબિંદુ હોય તો मड, अबને ⊥ છે.

૫ એકજ પાયા ઉપર પણ વિરુદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ છે, તો તેનાં શિરોબિંદુને સાધનારી લીટી પાયાની સામેના ખૂણા દુભાગે છે.

૬. डअ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ इडअ અને फडअ △ ઓ સમદ્વિબાજુ છે તો इफ, डअને કાટખૂણે દુભાગે છે

૭. પ્રશ્ન ૬ માં ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ સિદ્ધાંત સત્ય છે.

૮. બે વર્તુળો अ,कમાં છેદે છે તો તેનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી अकને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૯. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब=अड અને बक=कड તો अक, ∠अ અને ∠क ને દુભાગે છે અને अक ⊥ बड.

૧૦. अबकड ચતુષ્કોણમાં अड=बक અને अक=बड તો ∠अडक=∠बकड, અને જો अक, बड, म માં છેદે તો मकड △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખૂણાઓ પણ બરાબર છે.

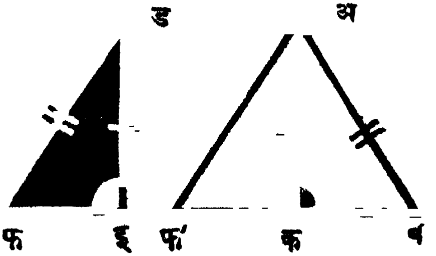
૧૨. રોમ્બસમાં કર્ણો ખૂણાઓને દુભાગે છે.

૧૩ રોમ્બસમાં કર્ણો અરસપરસ કાટખૂણે દુભાગાય છે.

૧૪. બે સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી अ,ब, અને क,डમાં છેદે છે તો अक=डब અને તેઓ સામેના મધ્ય બિંદુ આગળ ∠ઓ સરખા છે

સિદ્ધાંત ૧૫. પ્રમેય.

જો બે કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને **डइफ** એ ∠ ઓમાં ∠**क** અને ∠**इ** કાટખૂણા છે અને **अब** કર્ણ=**डफ** કર્ણ અને **अक**=**डइ**, તો

∆**अबक** ≡ ∆**डइफ** થશે.

સિદ્ધત.— ∆**डइफ** ને∆ **अबक** ની સાથે એવી રીતે મૂકો કે **ड**,**अ** ઉપર પડે અને **डइ**, **अक** ઉપર પડે અને

∴ **डइ**=**अक**,　**इ**,**क** ઉપર પડશે.

અને **फ** **ब** તરફ ન પડતાં **ब** ના વિરુધ્ધ બાજુએ **फ** ઉપર પડે

ત્યારે ∆ **अकफ**, ∆**डइफ** ની નવી સ્થિતિ થઈ.

હવે ∠**अकब**=૯૦° અને ∠**अकफ**'=૯૦° (?)

∴ ∠ **अकब** + ∠ **अकफ**'=૨ કાટખૂણા

बकफ' એક સીધી લીટી છે.　　　(સિ૦ ૨)

અને ∆ **अबफ**' માં **अब**=**अफ**　　∠**ब**=∠ **फ**' (સિ૦ ૧૨)

હવે **अबक** અને **अफक**∆ ઓમાં

∴ **ब**=∠ **फ** અને ∠ **अकब**=∠ **अकफ**' અને **अब**=**अफ**

∆ **अबक** ≡ ∆ **अफक**　　　(સિ૦ ૧૧)

∆**अबक** ≡ ∆ **डइफ**.　　　**પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૧ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરો.

૨ **अबक**∆મા **अक**, **अब** ઉપર **बम**, **अर** લબ છે, જો **बइ**=**कर** તો **अब**=**अक** .

૩. ∆**अबक**માં ∠ **ब** અને ∠**क**ને દુભાગનારી લીટીઓ **ड** માં મળે તો **डअ**, ∠**अ**ને દુભાગે છે.

૪. ∆**अबक**મા **अब**=**अक** અને **अड**, **बक**ને કાટખણે છે તો ∠ **अबड** ≡ ∠**अकड**.

૫. કોઈ પણ ખૂણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લંબ સરખી હોય તો તે લંબનું છેદન બિંદુ ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે.

૬. કોઇ પણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાંથી જ્યા ઉપર દોરેલી લબ જ્યા ના બે સરખા ભાગ કરે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ની મદદથી બતાવો કે જ્યા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લબ પણ સરખી છે.

૮. કોઇ પણ ત્રિકોણમા પાયાના મધ્ય બિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૯ કોઇ પણ ત્રિકોણમા ખૂણામાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૧૦, अबक અને डइफ △ઓમાં बक અને इफ ઉપર अप અને डम લબ છે જો अप=डम, अब=डइ અને अक=डफ તો △ अबक ≡ △डइफ छे.

૧૧ પ્રશ્ન ૧૦ માં अप=डम, अब=डइ અને बक=इफ તો △ अबक ≡ △डइफ છે.

૧૨. એક વર્તુળમાં अब વ્યાસ ઉપર પરિધિ ઉપરના प અને क બિંદુમાંથી બે લબો દોરી છે અને જો पम લબ=कड લંબ તો આ પ્રમાણે થતા બે ત્રિકોણો સરખા છે.

ત્રિકોણાની સમાનતા ઉપર નોટ.

બે ત્રિકોણોમા નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે —

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખૂણો સરખાં — સિ૦ ૧૦

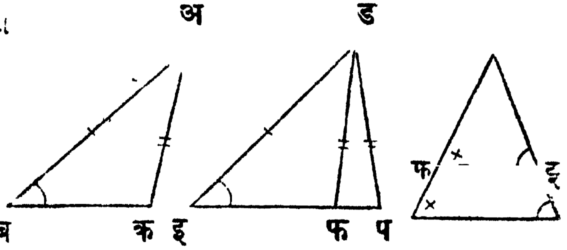
૨ બે ખૂણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખા—સિ૦ ૧૧

૩. ત્રણે બાજુ સરખી —સિ૦ ૧૪

૪. કાટખૂણ△ઓમા કર્ણ અને એક બાજુ સરખા—સિ૦ ૧૫

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે. દરેક ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા મળી છ તત્ત્વ યા અંગ હોય છે. આમાથી ગમે તે સરખા આપેલા હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી કારણ કે,

(૧)નીચે બતાવેલી આકૃતિમાં બન્ને ત્રિકોણમાં ખૂણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાંઇ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી.



(૨)ની આકૃતિ (૧)ની આકૃતિ

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમા બે બાજુઓ અને તેમાની એકની સામેનો ખૂણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હંમેશાં બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી કારણ કે Δ**अबक** $\equiv$ Δ**डइफ** પણ Δ**अबक**, Δ**डइप** સરખા નથી, જો કે બન્નેમા ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પક્ષ ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઇ વખતે સરખા હોઇ શકે છે. કારણ કે **अक** ને મળતી આવતી બાજુ **इफ** મા બે બિંદુમાં મળી શકે છે અને તેમાની એકજ સ્થિતિમા (જ્યારે **डफ** માં હોય છે) બન્ને ત્રિકોણો બરાબર છે. વળી જ્યારે Δ ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે $\angle$**अकब** અને Δ**डपइ** ન્યૂનના પૂરક છે.

. $\angle$**अकब** $= \angle$**डफइ** $= 180^\circ - \angle$**डफप** $= 180^\circ -$ **डपइ**.

આ પ્રમાણે જયારે બે બાજુ અને સામેના ખૂણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ; માટે આ સિદ્ધાંતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામાં આવે છે. જ્યારે આપેલા ખૂણાઓ કાટખૂણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫માનું રૂપ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો.–

Δ अबक અને Δ अ'ब'क', માં

(અ) ∠अ = ∠अ' = ૭૫°; અ = અ' = ૩·૪"

(બ) ∠ब = ∠ब' = ૫૫°; બ = બ' = ૩·૫ સે; ક = ક' = ૪·૯ સે.

(ક) ∠अ = ∠अ' = ૪૨°; ∠ब = ∠ब' = ૧૧૨°; ∠क = ∠क' = ૨૬°

(ડ) અ = અ' = ૪·૦"; બ = બ' = ૪·૫", ક = ક' = ૫·૪.

(ઇ) ∠क = ∠क' = ૯૦°; ક = ક' = ૪·૦"; અ = અ' = ૩·૫.

(ફ) ∠क = ∠क' = ૭૫°, બ = બ' = ૨·૪ સે; અ = અ' = ૪·૨ સે

(ક્ષ) ∠अ = ∠अ' = ૯૦°, અ = અ' = ૫·૨ સે, બ = બ' = ૩ ...

(પ) ∠ब = ∠ब' = ૬૧°, ક = ક' = ૩·૯", બ = બ' = ૨ ...

(ય) અ = અ' = ૫·૫', બ = બ' = ૬·૭; ∠क = ∠क' = ૧૧૨°

૨. પ્રશ્ન ૧માં જ્યાં ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યાં કારણ બતાવો.

૩. કોઇ પણ ત્રિકોણના માંહેના ખૂણાનો શો ગુણ છે?

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના બહારના ખૂણાનો શો ગુણ છે?

૫. પ્રશ્ન ૪, સિ ૭માં આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખૂણાનું સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાંતમાં છે તે કહો. તે સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહો.

૬. કયી કયી વખતે બે સિદ્ધાંતો સરખા થવાજ જોઇએ?

૭. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય?

૯. બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખૂણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૧૫મામાં લંબના એકજ બિંદુમાથી જે આડી સીધી લીટી લંબ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના એકજ બિંદુમાંથી જે લીટી લંબ સાથે મોટો ખૂણો કરે છે તે મોટી છે.?

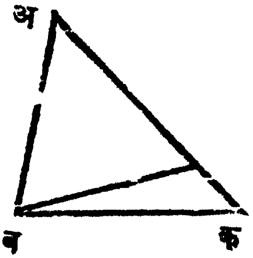
૧૩. કોઈ બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખૂણાઓ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખૂણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૪. આપેલા સરખા ખૂણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખૂણા હોય તો Δઓનો શો સંબંધ છે? આપેલા સરખા ખૂણાઓ કાટખૂણા કે પહોળા ખૂણા હોય તો Δઓનો શો સંબંધ છે?

§ ૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખૂણાનો સંબંધ.

સિદ્ધાંત ૧૬. પ્રમેય.

જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે.



Δ अबक માં
अक > अब છે.
તો ∠ अबक > ∠ अकब થશે.
રચના—अक માંથી अब=अड કાપી बड સાંધો.

સિદ્ધતા—बकड Δ ની कड બાજુ अ સુધી લંબાવી છે,

∴ ∠ अडब > ∠ बकड (સિ૦ ૭ ઉ૦)

પણ Δ अबड માં अब=अड (રચના)

∴ ∠ अबड=∠ अडब (સિ૦ ૧૨)

∴ ∠ अबड > ∠ अकब (∠ बकड)

∴ ∠ अबक ઘણોજ > ∠ अकब. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ △માં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખૂણો કયો ?

૨. કોઈ પણ △માં સૌથી મોટી બાજુ પરના ખૂણા સાંકડા ખૂણા છે.

૩. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब સૌથી નાની અને कड સૌથી મોટી છે તો ∠अ > ∠क અને ∠ ड < ∠ब.

૪. △ अबकमां अब > अक અને अड=अक અને अक ∠ अ ને દુભાગે છે તો બતાવો કે ∠ ब < ∠ क.

૫. કોઈ પણ △મા એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય અને શિરો-બિંદુમાંથી પાયા સુધી કોઈ પણ લીટી △મા દોરાએ તો તે < મોટી બાજુ

૬. પ્રશ્ન ૫મામાં બન્ને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે

૭. △ अबकमां अब > अक અને अक ને વધારી अड - अब તો ∠ अकब > ∠ अबक.

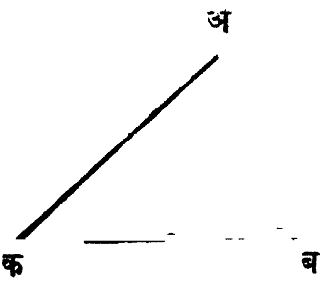
૮. કોઇ પણ △મા બે ખૂણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધાંત ૧૬ થી સબિત કરો.

૯. સિ૦ ૧૬ની આકૃતિમાં ∠ अને દુભાગનારી લીટી ⊥ बड,તો ∠डबक=½ ∠ (ब−क) અને ∠अबड=½ ∠ (ब+क)

૧૦. ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ ઉતરતાં ક્રમમાં હોય તો ∠ ड > ∠ब.

સિધ્ધાંત. ૧૭.

જો કોઇ પણ ત્રિકોણમાં એક ખૂણો બીજા ખૂણા કરતાં મોટા હોય તો મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ નાના ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમા ∠ अबक > अकब છે તો कअ > अब થશે.

સિદ્ધતા—(૧) अक>अब, અથવા (૨) अक=अब, અથવા (૩) अक< अब હોવી જોઇએ.

જો अक < अब હોય તો ∠ ब < ∠ क છે. (સિ૦ ૧૬)

પણ તે અશકય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો अक = अब, તો ∠ ब = ∠क છે. (સિ૦ ૧૨)

પણ તે અશકય છે માટે (૨) પણ અસત્ય છે.

(૧) જ ખરૂ હોવુ જોઇએ

अक > अब છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપલા સિદ્ધાંતમાં જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને અવચ્છેદક સિદ્ધતા કહે છે. એ સિદ્ધતામાં સિદ્ધાંતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટો ઠેરવી તે એકજ રીત સત્ય ઠરાવવામાં આવે છે.

પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ મોટામાં મોટી બાજુ છે.

૨. अबकड ચતુ૦માં कड સૌથી મોટી અને अब સૌથી નાની છે તો ∠अ > ∠ क અને ∠ ब > ∠ ड.

૩ પહોળખૂણ ∆માં પહોળા ખૂણાની સામેની બાજુ સૌથી મોટી છે.

૪. કોઇ પણ ∆માં સૌથી મોટા ∠ની સામેની બાજુ>બીજી કરતા

૫ એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો લંબ નાની છે.

૬ Δ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને अब=अक અને ड, बक પર લંબાવીને યા લંબાવ્યા વગર લઈએ તે પ્રમાણે अड><अब (अक)

૭. Δअबकમાં ∠ ब અને ∠कને દુભાગનારી લીટીઓ ममां માં છે. જો अब><अक તો તે પ્રમાણે मब><मक છે.

૮. अबक Δમાં ∠ अને દુભાગનારી લીટી बकને डमां મળે છે તો अब>बड અને अक>कड છે.

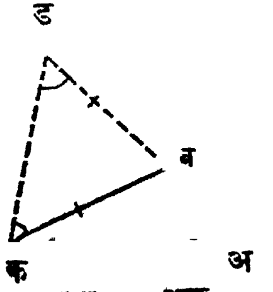
૯. अबक Δમાં अड, बकને લંબ છે તો अब > बड અને अक > कड.

૧૦. अबक Δમાં अब, अकને લંબાવી બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી डमां મળે તો જો अब>अक, તો डक>डब છે.

૧૧. अबक સમબાજુ Δમા કોઈ પણ લીટી બે સરખા બાજુને ? અને फमा છેદી बक પાયાને क તરફ લંબાવતા डमा મળે તો તે જો अबने इमां છેદે તો अइ < अफ છે.

સિદ્ધાંત ૧૮ પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે



अबक ત્રિકોણમાં (૧) अब+बक > अक;

(૨) बक+कअ > अब

(૩) अक+अब > बक થશે.

(૧) રચના—अब ને લંબાવી कब=बड કરો અને डक સાંધો. (સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા—△ बडक માં

बड=बक, ∴ ∠बडक=∠बकड (સિ૦ ૧૨)

પણ ∠अकड < ∠बकड, ∴ ∠अकड > ∠अडक.

વળી △अडकમાં

∠अकड > अडक, ∴ अड > अक (સિ૦ ૧૭)

પણ अड=अब+बड=अब+बक (રચના)

∴ अब+बक > अक છે; એજ પ્રમાણે बक+कअ > अब;

અને अक+अब > बक છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—આ સિધ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે अ થી ब સુધી જઇને क સુધી આવવું એ પ્રત્યક્ષ રીતે अ થી क સુધી આવવાના કરતા વધારે છે. અથવા "કોઈ પણ બે બિંદુને સાધનારી સીધી લીટી તેઓની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે"

પ્રશ્નો.

૧. ∠अबक ને દુભાગી સિ૦ ૭ની મદદ લઇ સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૬ની મદદ લો)

૩. કોઈ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક, બીજાની અંદર હોય તો અંદરના △ની બાજુ બન્ને મળી બહારના △ની બાજુ કરતાં નાની છે.

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણમાંના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો △ની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫. ૪·૩ સેં. મી., ૩·૫ સે. મી. ને ·૭ સે. મી.ની બાજુવાળો △ કરો.

૬. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બાજુનો સરવાળો > કર્ણના સરવાળા કરતાં.

૭. પ્રશ્ન ૪ માં જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે.

૮. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં ત્રણ બાજુનો સરવાળો > ચોથી કરતાં.

૯. △ अबकમાં ड બિંદુ એવું છે કે अड=अबઅને ∠ अबक ને દુભાગનારી લીટી कब ને म માં મળે છે તો बम=डमઅનેकब<कड

૧૦. Δ अबक ની अक બાજુમાં ड બિંદુ છે તો अब+अक, >डब+कड.

૧૧. કોઇ પણ વર્તુળમાં જ્યા વ્યાસ કરતાં નાની છે

૧૨. કોઇ પણ Δ માં બે બાજુઓ ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે.

૧૩. કોઇ પણ Δમાં બાજુનો સરવાળો>મધ્યગાના સરવાળા કરતાં.

૧૪. अबक Δમા बकમાં ड હોય તો अड<Δની અર્ધી પરિમિતિથી.

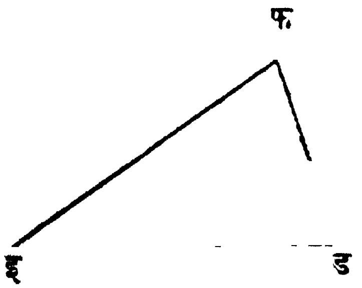
૧૫. अबकड ચતુષ્કોણમા प કોઇ પણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બે જુનુ એક જોડકુ અથવા કર્ણોનો સરવાળો < पअ+पब+पक+पड.

---

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્ત્વ.

સિદ્ધાંત ૧૯. પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખૂણા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ખૂણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ખૂણાવાળા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે.

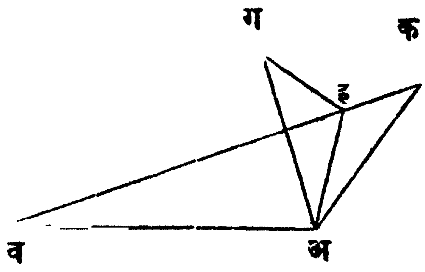


अबक, डइफ Δઓમાં

अब=डइ, अक=डफ,

અને ∠ अ > ∠ड

તો बक > इफ થશે.



સિદ્ધતા—डइफ Δ ને अबग Δ ની સ્થિતિમાં મૂકી ग, कને अबની એકજ બાજુ પર આવવા દો.

∠ बअक > ∠बअग, ∴ अग, ∠बअकની અંદર પડે છે.

∠कअग ને अहથી દુભાગો. हग સાંધો.

હવે अकह, अगह Δઓમાં, अक=अग. (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને ∠ कअह= ∠ गअह (રચના)

∴ अकह, अगह Δઓ સર્વ સમાન છે. (સિ० ૧૦)

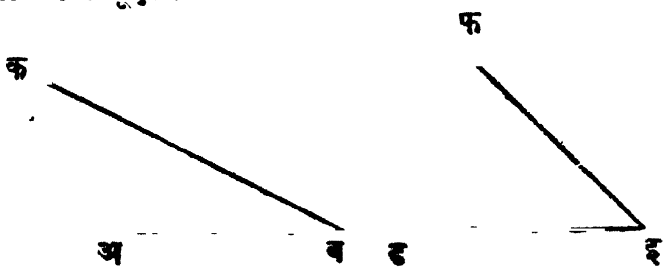
∴ कह=हग. ∴ बह+हग=बह+हक=बक,

અને Δबहगમાં, बह+हग > बग.

∴ बक > बग, ∴ बक > इफ. પ્ર० સિ०

સિદ્ધાંત ૨૦ પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો અંતર્ખૂણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના અંતર્ખૂણાથી મોટો છે.



अबक, डइफ △ઓમાં

अब=डइ, अक=डफ અને बक > इफ, તો ∠ अ > ∠ ड થશે.

સિદ્ધતા—જો ∠ अ, ∠ डथी મોટો ન હોય ત્યારે

કાં તો ∠ अ = ∠ ड હોવો જોઇએ; પણ ત્યારે बक=इफ. (સિ૦ ૧૦)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠ अ < ∠ ड; પણ ત્યારે बक < इफ. (સિ૦ ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે. (પ્રતિજ્ઞા)

માગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.

∴ ∠ अ > ∠ ड પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો. (સિ૦ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧. अब, डइ જ્યાના બે વર્તુળના क,फ મધ્યબિંદુ છે. જો अब > डइ તો ∠ अकब > ∠ डफइ

૨. अबक △માં अक > अब. જો अब, अकને લંબાવતાં તેમા ड, इ એ એવાં હોય કે बड=कइ તો बइ >कड.

૩. એક વર્તુળનો अब વ્યાસ વર્તુળમાના क બિંદુમાંથી જાય છે અને म મધ્યબિંદુ अक માં છે તો कમાથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે; અને

૪. क થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कब સૌથી નાની છે

૫. જ્યારે क प, क ड લીટીઓ क માંથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને ∠ पमक > ∠ डमक ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

વર્તુળની બહાર क બિંદુ છે. अ ब વ્યાસ લંબાવતાં તે क માથી જાય છે અને अकમાં म મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬ क માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે. અને कब સૌથી નાની છે; અને

૭. જ્યારે कप, कडને कમાંથી પરિધ સુધી દોરીએ અને △ पमफ > ∠डमक, ત્યારે कप >कड; અને ઉલટું.

૮. अबक △માં अब ને पમાં દુભાગી છે અને अक > कब તો

अपक < १ ∟ અને જો कपમાં કોઇ ड બિંદુ હોય તો अड > बड.

૯. સમદ્વિબાજુ Δની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજુઓનો અંતર્ખૂણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા કરતા નાનો છે.

૧૦. अबक Δમાં म બિંદુ એવું હોય કે मअ = अबतो अक > अब.

૧૧ अबक Δમાં ड, इ, फ બિંદુઓ હોય તો डइफ Δની પરિમિતિ < अबक Δની પરિમિતિ છે.

૧૨. ત્રિકોણની અ, ઞ, ક બાજુ ઉપર ત્રિકોણની માહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબનાં અંતર ફ, ઇ, ડ, હોય તો અ+ઞ+ક > ડ+ઇ+ફ

૧૩. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળીને ની અર્ધ પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે.

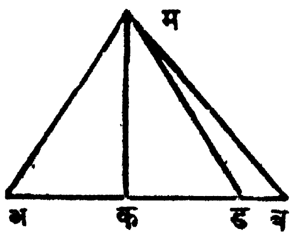
૧૪. ચતુષ્કોણનાં શિરોબિંદુથી કોઇ બિંદુ સુધીના અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો

૧૫ સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઇ પણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ

૧૬ अबकडइफ ષટ્કોણમાં કોઇ પણ ખૂણો અનિદ્વિકાટખૂણ નથી તો તેની પરિમિતિ अकइ Δની પરિમિતિથી મોટી છે.

સિદ્ધાંત ૨૧. પ્રમેય.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામાં ટુંકી છે.



અબ એક આપેલી લીટી છે અને **મ** એક આપેલું બિંદુ છે **મક**, **અમ** ઉપર લંબ છે અને **મડ** એક બીજી કોઇ પણ લીટી છે તો **મક**<**મડ** થશે

સિદ્ધતા—△**મકડ** માં ∠**મકડ**=૧ કાટખૂણો.

∵ △**મકડ**માં ∠**મડક** < એક કાટખૂણો છે, (સિ૦ ૭ ઉ૦)

∴ ∠ **મડક**<∠ **મકડ** **મડક** △માં **મડ** > **મક** છે (સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઇ પણ લીટી **મ** થી **અબ** સુધી દોરીએ
તો તે **મક**થી મોટી છે

એટલે **મક** ટુંકામાં ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧–મથી અબ ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈ પણ બિંદુમાંથી કોઈ પણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–જો કડ=અક તો મડ=મઅ છે.

△ **મડક**≡△**મઅક** છે

ઉપસિદ્ધાંત ૩–જો મબ બીજી કોઈ પણ લીટી મડ કરતાં મક થી વધારે અંતરે અબ ને મળે તો મબ>મડ છે.

∠ **મડક** < એક ∟

અને ∠**મડબ** > ∠**મબડ**. (સિ૦ ૭ ઉ૦ સિ૦)

નોટ—કોઇ પણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું અંતર કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમ.થી પાયા ઉપર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨ ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખૂણ △માં કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટી છે.

૩. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે.

૪. કોઈ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

૬. પ્રશ્ન ૫ ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો.

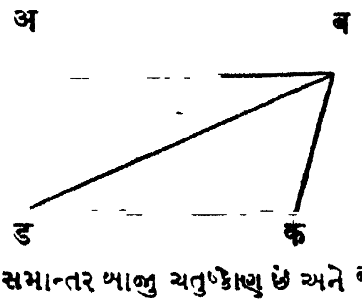
૭. કોઇ પણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી.

---

§૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ.

સિધ્ધાંત ૨૨. પ્રમેય.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ તથા ખૂણાઓ સરખાં છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે અને **बड** એક તેની કર્ણ છે ત્યારે (૧) **अब** = **कड**; **अड** = **बक**;

(૨) ∠**अबक** = ∠**अडक** અને ∠**डअब** = ∠**डकब**,

અને (૩) △ **अबड**, △**कडब** બરાબર થશે.

સિદ્ધતા—अब | डक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अबड = कडब; (સિ૦ ૫)

અને अड ‖ बक, અને बड તેને મળે છે,

∴ अडब = ∠ कबड (સિ૦ ૫)

ત્યારે △ अबड અને △ कडब માં

∠अबड = ∠कडब, ∠ अडब = ∠कबड

અને बड સામાન્ય છે,

△अडब ≡ △कबड (સિ૦ ૧૧)

∴ अब डक અને अड = बक, અને ∠ अ = ∠ क.

વળી ∠अबड ∠ कडब અને ∠ अडब = ∠ कबड (સિદ્ધતા)

∴ ∠ अडक = ∠अबक (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને △अबड ≡ △ कडब,

बड કર્ણ સ૦ ચ૦ દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો બધા ખૂણા કાટખૂણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩–સમચોરસની બધી બાજુઓ અને બધા ખૂણાઓ સરખાં છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં अक, बड, म માં છેદે તો

△कडम અને △ अबम માં अब=कड, અને

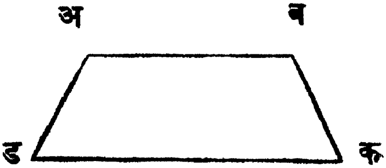
∠अबड=∠बडक અને ∠बअक=∠डकअ

∴ △ कडम ≡ △अबम (સિ૦ ૧૧)

∴ मड=मब અને मअ=मक.

ઉપ૦ ૫–સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે છે.

વ્યા૦ ૫૫–જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ** કહે છે



પાસેની આકૃતિમાં **डअ=कब**

∴ **अबकड** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે.

પ્રશ્નો.

૧. △ **अबक** મા **अब=अक** અને **डइ॥बक** અને **डइ**, **अब** અને **अक** ને ड,इમા છેદે તો **डइकब** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે.

૨. **अबकड** સ૦ ચ૦ મા **अब** અને **अड**ને છેદતી બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખૂણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે ?

૩. કોઈ પણ સ૦ સ૦ મા પાસે પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી કાટખૂણે મળે છે

૪. કોઇ પણ સ૦ ચ૦માં સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે.

૫. **अबकड** એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં **अड=बक** તો ∠क=ड છે. (નોટ—**ब**માથી **अड** ॥ **बइ** દોરો)

૬. પ્રશ્ન ૫માં **अब** અને **कड**નાં **प** અને **म** મધ્ય બિંદુ હોય તો **पम**, **अब** ને ⊥ છે.

૭ સામસામેના ખૂણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૮. સામેની બાજુનું એક જોડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ. છે.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે

૧૧. કોઈ પણ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લંબ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રેમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૧૩. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો સ૦ ચ૦ લંબચોરસ છે

૧૪. સ૦ ચ૦ મા સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

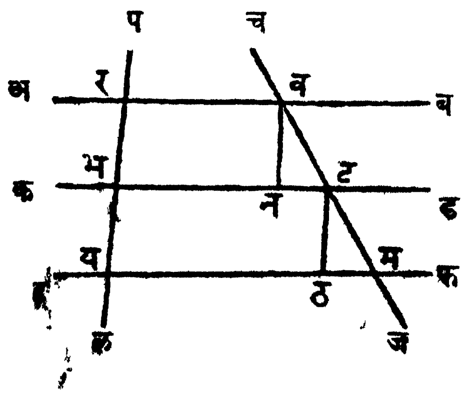
૧૫. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब, कड ને प, म માં દુભાગી છે તો चपडम સ૦ ચ૦ છે.

૧૬. કર્ણો સરખા હોઈ એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે.

૧૭. કોઇ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ કાટખૂણે દુભાગે તો તે રેમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

સિદ્ધાંત ૩૩. પ્રમેય.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



પલ લીટીને **अब, कड, इफ** સમાન્તર લીટીઓ છેદી **रम, मय** અંતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી **चज** બીજી કોઈ પણ લીટી છે તો **वट=टम** થશે.

રચના—**व** અને **ट**માંથી **पल**ની સમાન્તર **वन** અને **टठ** લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા—**रव** ‖ **मन** અને **रम** ‖ **वन** છે,

∴ **रमनव** સ૦ ચ૦ છે; **रम=वन** છે. (સિ૦ ૨૨)

અને **मट** ‖ **यठ** અને **मय** ‖ **टठ** છે,

∴ **मटठय** સ૦ ચ૦ છે; **मय=टठ** છે. (સિ૦ ૨૨)

પણ **रम=मय**, **वन=टठ**

હવે △ **वनट** અને △**टठम**માં

∠ **नवट**=∠**ठटम** (સિ૦ ૬ અને ૫)

અને ∠**नटव**=∠**ठमट** ,,

અને **वन=टठ** (સિદ્ધતા)

∴ △ **वनट** = △**टठम**, **वट=टम** પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાની સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ △માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨. કોઈ પણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે.

૩. કોઈ પણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે.

૪. કોઇ પણ Δમાં બાજુનાં મધ્ય બિંદુઓને સાંધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ભાગ થાય છે.

૫ કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૬ કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં સામસામેનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે.

સિદ્ધાંત ૨૪. પ્રમેય.

જો કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં

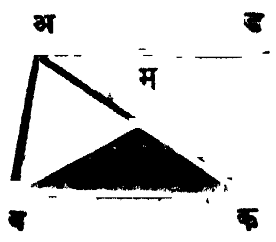
(૧) સામસામેની બાજુની એક સરખી અને સમાન્તર જોડ હોય; અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલો ચતુષ્કોણ છે.

(૧) જો **अब**∥અને=**कड**, તો **अबकड** સ૦ ચ૦ થશે. **अक** સાંધો

अब∥**कड** છે ∴ ∠**बअक**=∠**अकड** (સિ૦ ૫)

હવે △अबक અને △अकड માં

अब=कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠बअ... कद

∴ △अबक ≡ △अकड   (સિ० ૧૦)

∴ ∠बकअ=∠डअक अड ∥ बक   (સિ० ૪)

अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે

(૨) જો अब=डक અને अड=बक તો अबकड સ० ચ० થશે.

હવે △अबक અને △अडक માં

अब=डक, अड=बक અને अक સામાન્ય છે.

△ अबक ≡ △अडक   (સિ० ૧૪)

∠बअक=∠अकड અને ∠बकअ=∠कअड

∴अब ∥ डक અને अड ∥ बक.   (સિ० ૪)

अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૩) જો ∠बअड=∠बकड અને ∠अबक=∠अडक

તો अबकड સ० ચ० થશે.

હવે ∠बअड=∠बकड અને ∠अबक=∠अडक છે

∴ ∠बअड+∠अबक=∠बकड+∠अडक

પણ अबकड ના ચાર ખૂણા=૪ કાટખૂણા.   (?)

∴ ∠बअड + ∠अबक=૨ કાટખૂણા=∠बकड+∠अडक

∴ अब ∥ कड અને अड ∥ बक   (સિ० ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૪) જો अक, बड કર્ણ मમાં દુભાગે તો अबकड સ० ચ० થશે

હવે △ अमब અને △डमकमा

अम=मक અને बम=मड અને ∠अमब=સામેના∠डमक (?)

∴ △अमब ≡ △डमक

∴ ∠बअक=∠अकड અને ∠बकअ=∠कअड

∴ अब ∥ कड અને अड ∥ बक   (?)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુસ્કોણ છે.   પ્ર० સિ०

ઉપસિદ્ધાંત–કોઈ પણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧. જો કોઈ પણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે

૨ કોઇ પણ સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી લીટીને આપેલી લીટીને દુભાગે છે.

૩ પ્રશ્ન ૨ માં જો **अब** ઉપર **पम**, **यर** બે લંબ દોરીએ તો **मर**, **पय**ને દુભાગે છે અને **मयरप** એક સ૦ ચ૦ છે.

૪ બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા **अ** બિંદુમાં એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટી સુધી જઈ **अ** માં દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખા હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે યા સમાન્તર બાજુ સ૦ ચ૦ છે.

૬. કોઇ પણ સ૦ બા૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૭. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **म**, **य**, અનુક્રમે **अब**, **कड** નાં મધ્ય બિંદુ છે, તો **बमडय** સ૦ ચ૦ છે.

૮. જો એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો સરખા હોઇ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.

૯. [illegible] સ૦ ચ૦ છે. અને **म** કોઇ પણ બિંદુ એવું છે કે **मअयब**, **मबरक**, **मकलड** અને [illegible] સ૦ ચ૦ છે તો **यरलव** પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને [illegible] સાથે સરખાવો.

૧૦. अबकड સ૦ ચ૦ માં अक મા इ બિંદુ એવું છે કે इब=इड તો इ, अक ને દુભાગે છે. અપવાદ હોય તો બતાવો.

૧૧. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ=∠ब, ∠क=∠ड તો अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝયમ છે. अबकड સ૦ બા૦ ચ૦ ક્યારે થશે.

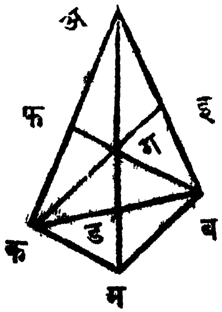
૧૨. अबक એક આપેલો △ છે. અને डइ, फग બે લીટીઓ છેદની છે, તો अबक△ ની સર્વસમાન હોય એવો એક △ બનાવો કે તેની એક બાજુ डइ ઉપર હોય અને જેનું એક કોણ બિંદુ फगમાં હોય.

૧૩ કોઇ પણ ચતુષ્કોણમા બાકીના કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણ બિંદુને માટે એકજ હોય તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.

૧૪. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણોના છેદન બિંદુમાથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ ના બે સરખા ભાગ (ક્ષેત્રફળમા) કરે છે.

સિદ્ધાંત ૨૫ પ્રમેય.

કોઇ પણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



△ अबक માં कइ, बफ મધ્યગાઓ ग માં છેદે છે તો अगड ત્રીજી મધ્યગા થશે અને ग માં દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદાશે.

સુધી લંબાવી इग || बमને म મળવા દો. कम સાંધો

સિદ્ધતા—इग || बम અને अइ=बइ ∴ अग=गम (સિ૦ ૨૩)

વળી कम || फ માંથી દોરેલી લીટી अम ને દુભાગે છે. અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે

∴ बगफ || मक છે. ∴ गबमक સ૦ ચ૦ છે.

∴ गम, बक અરસપરસ દુભાગે છે. (સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

∴ अगड, बकને દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી मग = ૨ मड અને मग=अग अग=૨ गड

∴ ग, अड ને ત્રીજે ભાગે છેદે છે.

અને એજ પ્રમાણે.

ग, कइ અને बफ ને ત્રીજે ભાગે છેદે છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ત્રિકોણની મધ્યગાના છેદન બિંદુને ત્રિકોણનું ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. ∴ એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકોણ કાપી આ બિંદુમાંથી એક દોરી બાંધી ત્રિકોણને ઉંચક્યો હોય તો તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નો.

૧ अबक △માં बड, कफ મધ્યગાઓ गમાં મળે છે જો बगનું ल, અને कग નું म મધ્યબિંદુ હોય તો फइ, फल, लम, मइ સાંધી બતાવો કે ग, बइ અને कफ દરેકને ત્રીજે ભાગે છેદે છે. અને તે ઉપરથી બતાવો કે મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે.

૨. કોઇ પણ ટ્રાપિઝયમની વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને || છે

૩. કોઈ પણ △માં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૪. જો કોઇ પણ △ માં ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તો △ સમબાજુ છે.

૫. **अबक** કાટખૂણ △ નો **अब** કર્ણ **ड**માં દુભાગાય છે તો **कड** **कब** થી અર્ધો છે.

૬. **अबकड** સ० ચ० માં **अब**નું મધ્યબિંદુ **इ** છે. **कइ**, **इड** સાંધો અને જો △ **कइड** એક કાટખૂણો હોય તો **अब**=૨ **बक**.

૭. **अबकड** સ० ચ० મા **इ**, **फ**, **अब**, **अड** નાં મધ્યબિંદુ છે, તો **फइ** || **बड** છે, અને **कइ**, **कफ** તેમજ **बड**ને ત્રિભાગે છે.

૮. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે

૯. રોમ્બસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લંબચોરસ બનાવે છે.

ભાગ ૧ લાનો પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.

ખંડ ૩ જો. કૃત્ય પ્રકરણ.

સિદ્ધ ભાગની અંદર જે જે રચનાઓ કરવામાં આવી છે તે કર્તવ્ય ભાગમાં કહેલા સાહિત્યોની મદદથી સામાન્ય રીતે કરી છે. રચનાઓમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટ્રેક્ટરનો ઉપયોગ કરવામા આવ્યો છે, જો કે સિદ્ધ ભાગ તથા કૃત્ય ભાગના સિદ્ધાંતો જો સાથે સાથે લેવામા આવે તો એ સાહિત્યો ઘણી વખતે વાપરવા પડતાં નથી જે કૃત્યો કરવામાં આવે તેમાં ફક્ત ગમે તે રીતી આંકણી તથા કંપાસ એ બેજ સાહિત્યો વાપરવામાં આવશે કૃત્યોના કોઇ પણ ભાગમાં ચોક્કસ માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ પણ કરેલું કૃત્ય ખરૂ છે કે નહિ તે હમેશાં ગમે તે કોઇ ડ્રૉઇંગનાં સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવું અને ખાત્રી કરવી જે જે રચનાઓ કરી તેમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટેક્ટર વાપરવાં નહિ કોઈપણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ લેતી વખતે કોઈ પણ જાતની ભૂલ પડે નહિ જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાંત તરીકે જ શીખવાનાં નથી પણ બરીક માપ પર હંમેશા વિશેષ લક્ષ આપવાનું છે દરેક કૃત્ય સિદ્ધાંતમા પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમા પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનું કામ સતોષકારક રીતે થઇ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દઢ માહિતી થાય.

આંકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો—

(૧) કોઇ પણ આપેલાં બે બિંદુને સાધવાં, અને

(૨) કોઇ પણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી.

કંપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવોઃ—

(૧) એક આપેલું મધ્ય બિંદુ લઇ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાંથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧)માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલી રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય, અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઇ કોઇ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ

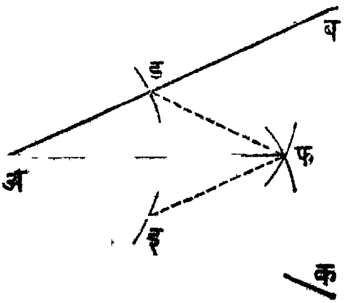
દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટે જ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે રચના ભાગમા જ્યાં જ્યાં વર્તુળ દોરવાનો કહ્યો છે ત્યાં ત્યાં વર્તુળનું **જોઇએ તેટલું કાંસજ** કરવામાં આવ્યું છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુચવણ પડે નહિ અને વખત બચે.

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમા પણ કૃત્યમાં કહ્યું છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી. રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવું કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂ.

§ ૨૦ દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના.

સિદ્ધાંત ૨૬. કૃત્ય.

એક આપેલા ખૂણાને દુભાગવો.



बअक એક આપેલો ખૂણો છે અને તેને દુભાગવાનો છે.

રચના—अ મધ્ય બિંદુ લઇ बअ,कअ ને ड, इ બિંદુમા છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી કૃ)

ड इ મધ્યબિંદુ લઈ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઇ એક બીજાને फમાં છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો

अफ, डफ, इफ સાંધો. ત્યારે अफ, ∠ बअक ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા—△अडफ અને △ अइफમાં अड=अइ અને डफ=फइ અને अफ સામાન્ય છે (રચના)

△ अडफ ≡ △अइफ, (સિ૦ ૧૪)

∠ बअफ=∠कअफ. કૃ૦ કૃ૦

નોટ—"જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા" નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ દોરેલા કૌસો એક બીજાને છેદી શકે. આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેનાં કૃત્યોમા પણ એવોજ લેવો.

પ્રશ્નો.

૧. સિ૦ ૨૬ ની આકૃતિ કયી લીટી સાથે સમ્મિતરૂપ છે? અને તે કેવી રીતે છે?

૨. સિ૦ ૨૬માં फ બિંદુ ∠अની બહાર પાડી બતાવો કે ∠अ દુભાગાય છે.

૩. સિ૦ ૨૬ માં બીજો કયો ખૂણો દુભાગાય છે?

૪. કોઈ પણ ખુણાના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૫. ૮૫°નો ખૂણો કરી તેને પ્રોટ્રૅક્ટરથી દુભાગો અને સિ૦ ૨૬ પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫°, ખૂણા પ્રોટ્રૅક્ટર વિના બનાવો.

[નોટ—સમબાજુ ત્રિકોણનો ખૂણો ૬૦° નો છે]

૭. એક કાટખૂણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઇ ૪૫° ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૯. સિ. ૨૬ માં બતાવો કે अफनुं કોઇ પણ બિંદુ अब, अकથી સમાન અંતરે છે.

૧૦. ઉપલા કૃત્યની આકૃતિમાં જો डइ ને સાંધીએ તો डइ અને अफ એક બીજાને કાટખૂણે મળે છે.

૧૧. એક ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખૂણાને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધી બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા **અંતર્લગ્ન** વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

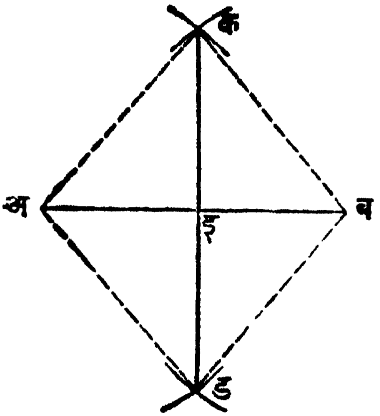
૧૨. **अबक**Δના ∠અને અને **अब**, **अक** લંબાવતાં થતા બહારના ∠**ब**, ∠**क** ને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીનુ સામાન્ય છેદન બિંદુ **बक** અને લંબાવેલી **अब**, **अक** ને સ્પર્શ કરતા **ઉપલગ્ન** વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

૧૩ **अबक** Δમાં બીજા ખૂણાઓને અંદરથી અને સામેના ખૂણાને બહારથી દુભાગો.

સિદ્ધાંત ૨૭. કૃત્ય.

એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના—**अ** મધ્યબિંદુ લઇ **अक** ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી૦ ક્રૃ૦)

અને **ब** મધ્યબિંદુ લઈ **कब** ત્રિજ્યા લઇ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો **क**,**ड** મા છેદે છે, (સ્વી૦ કૃ૦)

कड, **अक**, **अड**, **बक**, **बड**, ને સાધો. (સ્વી૦ કૃ૦)

ત્યારે **अब**ને **कड**, **इ**માં દુભાગશે.

સિદ્ધતા—Δअकड અને Δ बकड માં
अक=बक અને अड=बड (રચના)
અને कड સામાન્ય છે.
Δ अकड=Δबकड. ∴ ∠अकड=∠बकड. (સિ૦ ૧૮)
વળી Δ अकइ અને Δ बकइમ.
अक=बक અને कइ સામાન્ય છે.
અને અંતર્ખૂણો अकइ=અંતર્ખૂણો बकइ (સિદ્ધતા)
Δ अकइ=Δबकइ (સિ૦ ૧૦)
. अइ=बइ કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત—એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧ ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો

૨ ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે ?

૩ કોઇ પણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો

૪ ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે कडનું કોઈ પણ બિંદુ अब થી સમાન અંતરે છે

૫ કોઇ પણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લંબ દોરો

૬. એક આપેલી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કહો કે તે આપેલાં બે બિંદુથી સમાન અંતરે છે. આ કયારે અશક્ય છે ?

૭ એક આપેલી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલી બે લીટીથી સરખે અંતરે છે આ કયારે અશકય છે?

૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો, તેવડી કરો; પાંચગણી કરો.

૯. Δअबकમાં अब=अक તો ∠ अ ને દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લંબ છે.

૧૦. अब=૨.૬ સેં. મી; अब ને कમાં દુભાગો અને क આગળ कइ=૧.૫ સેં મી. ૪૫°ને ખૂણે દોરો; ∠ अकड અને ∠ डकब ને कइ અને कफથી દુભાગો; ∠ इकफ ને માપો.

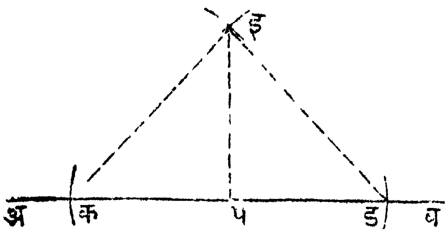
૧૧. સિદ્ધાંત ૨૭ **अक** વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઇ કરો.

૧૨. સિદ્ધાંત ૨૭ **अक**, **अड**નાં જુદાં માપ લઇ કરો.

૧૩. સિદ્ધાંત ૨૭ **अब** ઉપર સમબાજુ Δ દોરી તેની સામેના ખૂણાને દુભાગી સાબિત કરો

સિદ્ધાંત ૨૮. કૃત્ય.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેમા **प** એક આપેલ બિંદુ છે ત્યારે **अब** ઉપર **प** માંથી લંબ દોરવાનો છે

રચના **पअ**, **पब** માંથી **पक**=**पड** કાપે.

क, **ड**, મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળ દોરો, અને તે **इ** મા અરસપરસ છેદે છે (સી૦ કૃ૦)

इप, **इक**, **इड** સાંધો ત્યારે **इप**, **अब** ને **प** આગળ લંબ થશે

સિદ્ધતા—Δ**कइप** અને Δ **डइप** માં

कप=**पड** અને **कइ**=**डइ** (રચના)

અને **पइ** સામાન્ય છે.

∴ Δ **कइप** ≡ Δ **डइप** ∴ ∠**कपइ**=∠ **डपइ** (સિ૦ ૧૪)

पइ ⊥ **अब** ને છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક સમદ્વિબાજુ Δમાં પાયાના છેડામાથી દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતાં મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગનાં માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩. એક વર્તુળમાં **अब** જ્યા છે અને **अ,ब**માંથી દોરેલી લંબ વર્તુળને **क,ड**માં છેદે છે તો **अक, बड** માપો.

૪. એક ૩·૫' લાંબી લીટીને તેના એક છેડાથી ·૭" દૂર બિંદુમાંથી ૧·૩" લાંબો લંબ દોરો. આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે ?

૫. ૪૦ સેં. મી.ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં **अब** એક જ્યા છે, **अब**ને **क**માં દુભાગી **क**ને **म** મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠**कमअ** અને ∠**कमब**ને માપો.

૬. ∠**अकब** છે અને **कअ=कब**; **अ,ब**માંથી **अम**, **बम** લીટી **अक**, **बक**ને લંબ છે. બતાવો કે **कम**, ∠**अकब**ને દુભાગે છે.

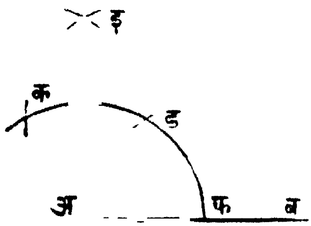
૭. **अब** એક આપેલી લીટીમાં **क** બિંદુ છે. બહાર **ड** બિંદુ લઇ અને તે (**ड**) મધ્યબિંદુથી **कड** ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ **रकप**, **अब**ને ફરીથી **र**માં છેદે તેમ દોરો **रड**ને લંબાવતાં તે વર્તુળને **प** બિંદુમાં છેદે છે. **पक** સાંધો, બતાવો કે **पक**, **अब**ને લબ છે.

૮. **कब**માં **अ** બિંદુ છે. **अ** મધ્યબિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો **फअ** ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર **फड**, **डक** સરખા ભાગ મૂકો, **ड,क** મધ્ય બિંદુ લઇ **कड** ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો **इ**માં છેદે તેમ દોરો તો **इअ, अब**ને ⊥ છે. જુઓ નીચેની આકૃતિ.

૯ ૪૫° અને ૭૫°ના ખૂણા બનાવો.

૧૦ (સિદ્ધાંત ૨૮ની) આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

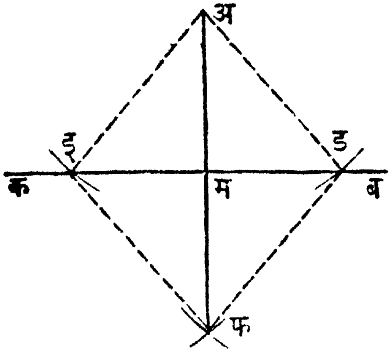
૧૧. કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેનાં મધ્યબિંદુમાંથી ⊥ દોરો.



નોટ—આ લંબનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધાં શિરોબિંદુમાંથી જતા **પરિલગ્ન** વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે.

સિદ્ધાંત ૨૯. કૃત્ય.

એક આપેલી લીટીને તેની બહારના આપેલા બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.



बक એક આપેલી લીટી છે અને अ, તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે. તો **अ**માંથી **बक** ઉપર એક લંબ દોરવાનો છે.

રચના—अ મધ્ય બિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ **बक** ને ड,इમા છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

ड,इ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળો फમા છેદે તેમ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાંધો.

ત્યારે अफ, એટલે अम, बकને લંબ થશે

સિદ્ધતા—△अडफ અને △अइफમા

अड=अइ અને डफ=इफ (રચના)

અને अफ સામાન્ય છે, ∴ ∠डअम=∠इअम (સિ૦ ૧૪)

વળી △डअम અને △इअमમાં

डअ=इअ અને मअ સામાન્ય છે

અને અંતર્ગત ખૂણો डअम=અંતર્ગત ખૂણો इअम.

∴ △डअम ≡ △इअम ,, ∠डमअ=∠इमअ (સિ૦ ૧૦)

अम, बक ને લંબ છે. કૃ૦ કૃ૦

વ્યા૦ ૫૬—ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને **લંબછેદનબિંદુ** યા **લંબસંપાત બિંદુ** કહે છે.

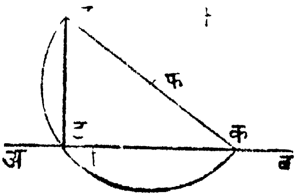
પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપના બનાવો

૨ એક મોટો સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ લઇ તેના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો

૩ કાટખૂણુ અને પહોળાખૂણુ ત્રિકોણ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.

૪. अब એક આપેલી લીટી છે અને इ એક બહાર આપેલું બિંદુ છે अब મા क કોઇ પણ બિંદુ છે અને कइ જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ अबને ફરીથી डમાં છેદે તેમ દોરો તો डइ, अबને લંબ છે



૪ अब એક આપેલી લીટી છે. અને क એક બહાર આપેલું બિંદુ છે; अब માં બે બિંદુઓ ड અને इ છે. ड,इ મધ્ય બિંદુ લઇ डक, इक ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ प માં છેદે તેમ દોરો તો कप,बअ ને કાટખૂણે છેદશે.

૬. ∠अबकને દુભાગી बड દુભાગનારી લીટીના ड બિંદુમાંથી अब અને बक ઉપર બે લંબ દોરો; તો આ લંબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ ઠ્ઠામાં ∠ अबक કાટખૂણો યા પહોળો ખૂણો લઇ કરો

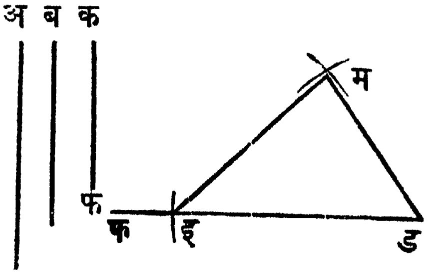
૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી ત્રિજ્યા ઉપર લંબ દોરો.

૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ જે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરી આ લંબ બાકીનાં શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

§ ૩૨. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

સિદ્ધાંત ૩૦. કૃત્ય.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.



अ, ब, क ત્રણ આપેલી લીટી છે તો अ, ब, क, ની બરાબર બાજુ હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—डफ કોઇ પણ લીટી લઇ તેમાંથી अ=डइ કાપો.

ड મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો, અને इ મધ્યબિંદુ લઇ ब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળ म મા છેદે છે. मड, मइ સાંધો ત્યારે मडइ એક માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—હવે △ मडइ માં.

डइ=अ; डम=क; मइ=ब છે. (રચના)

मडइ માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ ૧— મોટામા મોટી બાજુ સૌથી પહેલી દોરવી.

નોટ ૨—ત્રણ આપેલી લીટીમાંથી એક જે બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશકય છે; કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતા મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકજ બિંદુમાં છેદશે. જુઓ સિદ્ધાંત ૧૮.

નોટ ૩—કોઇ પણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હમેશાં મોટી આકૃતિ દોરવી, કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમાં માલમ પડે તે મોટીમા માલમ પડવી મુશ્કેલ છે.

પ્રશ્નો.

૧. મોટો ત્રિકોણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણ બનાવો.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨" ની બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૩. ૪ ૩" ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખૂણા દુભાગી માપો.

૪. ૩·૫ સેં. મી. ના પાયા પર ૫·૩ સેં. મી.ની બાજુનો એક સમદ્વિબાજુ Δ બનાવો.

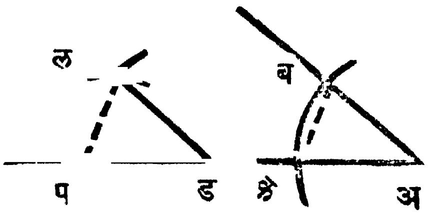
૫. ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°ના ખૂણાવાળા Δઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (કંપાસ અને આંકણી વાપરવી.)

૬. પ્રશ્ન. ૫ માંની આકૃતિના ખૂણાઓ દુભાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યો એક છોકરો પોતાની કલમના ૧૦″ ૨૫″, ૩·૬″, લાંબા ત્રણ કડકાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠો. ત્રિકોણ બનાવો યા ભૂલ બતાવો.

સિદ્ધાંત ૩૧ મું કૃત્ય.

એક આપેલા ખૂણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના બિંદુ આગળ એક ખૂણો કરવો



अबक આપેલો ખૂણો છે, અને **डप** મા **ड** એક આપેલું બિંદુ છે તો **डप**માં **ड** આગળ એક ખૂણો ∠**बअक** બરાબર કરવાનો છે

રચના—अ મધ્ય બિંદુ લઇ કોઇ પણ વર્તુળ દોરી **अब**_**अक** કરો. **ड** મધ્યબિંદુ લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી **डप** ને **प** મા કાપો. અને **प** મધ્યબિંદુ લઇ **कब** ત્રિજ્યા લઇ આગળના વર્તુળને **ल**મા છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. **कब**, **डल**, **पल**, સાંધો.

ત્યારે ∠**लडप**=∠**बअक** થશે.

સિદ્ધતા—Δबअक અને **Δलडप**માં

बअ=डल, अक=डप, कब=पल (રચના)

∠अ=∠ड (સિ. ૧૪.) ફૂ૦ ફૂ૦

પ્રશ્નો.

૧ એક સાંકડો ખૂણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખૂણો કરો.

૨. એક પહોળો ખૂણો કરી તેની બરાબર બીજો ખૂણો કરો.

૩ એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૪. ∠अबक=∠बकड બનાવો અને बड, कड, જો म માં મળે તો मड, मक માપો.

૫. એક △ अबक ના ખૂણા બરાબર ખૂણાવાળો એક △ બનાવો.

૬ એક अबकड ચતુષ્કોણના ખૂણા બરાબર ખૂણાનો ચતુષ્કોણ કરો.

૭. अब=૨.૦"છે અને क બિંદુ ૦.૫" અંતરે ઉપર છે. कમાંથી એવી લીટી દોરો કે अब સાથે તે ૫૦°નો ખૂણો કરે. કેટલી રચના થઇ શકશે?

૮ ૩.૫ સં. મી ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો. म મધ્ય બિંદુમાંથી मअ, मब પરિધ સુધી દોરો. ∠अमब માપો. પરિધ ઉપર કોઇ પણ प બિંદુ સાથે अ,ब સાંધો તો ∠अपब કેવડો?

૯. એકજ બાજુ ઉપર આપેલાં प અને ल બિંદુમાંથી अब સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ अब સાથે સરખા ખૂણા કરે.

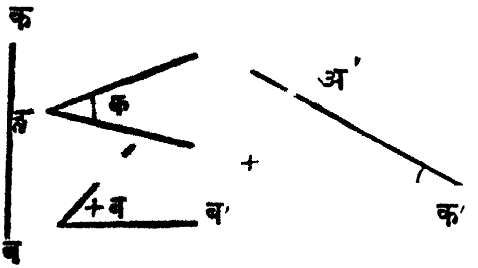
[નોટ–अब ઉપર पक લંબ દોરી पक લંબાવી पक=डक કરો. लड સાંધી अब ને જે બિંદુમાં लड છેદે તે બિંદુ प સાથે સાંધો]

૧૦. प માંથી એવી એક લીટી દોરો કે अ,ब માંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબ સરખા થાય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૧૧. अ બિંદુમાંથી એવી એક લીટી દોરો કે તે बकને ∥ થાય.

સિદ્ધાંત ૩૨. કૃત્ય.

બે ખૂણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



ब,क આપેલા ખૂણા અને बक (અ) આપેલી બાજુ છે; તો ∠ब, ∠क, बक અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના–ગમે તે લીટીમાંથી बक=ब'क' બનાવો.

ब' આગળ ∠ब=∠अ'ब'क' બનાવો અને
क' આગળ ∠क=∠अ'क'ब' બનાવો. } (સિ. ૩૧)

ब'अ', क'अ'ને अ'માં મળવા દો.

ત્યારે अ'ब'क' માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—△अ'ब'क'માં

ब'क'=बक, ∠ब'=∠ब અને ∠क'=∠क છે, (રચના)

∴ अ'ब'क' માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત—બે ખૂણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.

પ્રશ્નો.

૧. अब=૫·૧ સે. મી. ∠अ=૭૧°, ∠ब=૬૭ તો △ બનાવી બીજાં અંગ માપો.

૨. बक ૨·૪", ∠ब=૯૦°, ∠क=૨૫° તો △ બનાવો.

૩. कअ=૪·૭ સેં. મી., ∠अ=૩૨°, ∠क=૧૧૭° તો △ બનાવો.

૪. અ=૩·૬", ∠ब=૧૧૨°, ∠क=૩૩°, તો △ બનાવો.

નીચેનાં માપ પરથી △ઓ બનાવો:—

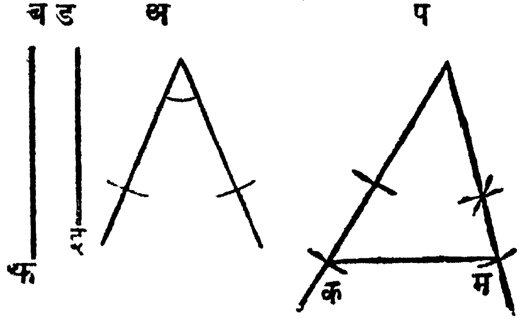
૫. ક=૩·૬" મી. ∠अ=૬૭°; ∠क=૭૨°,

૬. બ=૫·૩ સે. મી., ∠ब=૩૨°, ∠अ=૬૫°.

૭. ક=૬·૭ સેં.મી: ∠क=૩૨°, ∠अ=૧૧૨°
૮. ક=૨·૧", ∠अ=૫૧°. ∠क=૯૯°.
૯. બ=૧·૯", ∠ब=૯૯°. ∠अ=૨૦°.
૧૦. અ=૫·૨ સે.મી, ∠अ=૰૭°, ∠ब=૨૯°.

સિદ્ધાંત ૩૩. કૃત્ય.

બે બાજુ અને અંતર્ખૂણેા આપ્યાં હાેય તેા ત્રિકાેણ બનાવવેા.



बफ, डइ બે આપેલી લીટી છે અને अ એક આપેલેા અંતર્ખૂણેા છે; તેા એ અંગાેથી એક ત્રિકાેણ બનાવવાનેા છે.

રચના—કાેઇ પણ લીટીમાથી बफ=पक કરેા અને प આગળ ∠अ=∠मपक કરેા. (સિ૦ ૩૧)
અને डइ=पम કરેા. मक સાંધેા. ત્યારે मपक માગેલેા △ થશે.

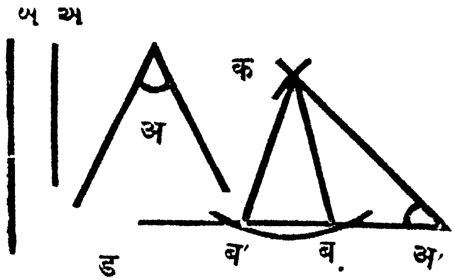
સિદ્ધતા—△मपक ના
पक=बफ. पम=डइ; ∠प=∠अ (રચના)
∴△मपक માગેલેા ત્રિકાેણ છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નેા.

૧. અ=૨·૧", બ=૩·૩", ∠क=૭૫° તેા △ બનાવેા.
૨. બ=૬·૭ સેં. મી., ક=૫·૬ સેં. મી, ∠अ=૫૨° તેા △ કરેા.
૩. ક=૫·૧ સેં. મી, અ=૮·૨ સેં. મી. ∠ब=૧૧૨° તેા △ કરેા.
૪. અ=૩·૦", બ=૨·૧", ∠अ=૬૦° તેા △ બનાવેા.

સિધ્ધાંત ૩૪. કૃત્ય.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



બ, અ, બે આપેલી બાજુ છે અને અ ની સામેનો ખુણો अ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવો છે.

રચના–अ'ड લીટીમાં अ' આગળ ∠अ=∠अ' કરો, (સિ. ૩૧) અને બ=अ'क કરો. क મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. જો આ વર્તુળ अ'डને ब અને ब'મા છેદે તો
अ'कब', अ'कब △ઓ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે.

∵ अ'कब △માં અને . अ'कब' △માં

∠अ'=∠अ, अ'क=બ અને बक=અ અને ∠अ'=∠अ, अक'=બ, कब'=અ

बअक, अकब માગેલા ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ—कમાંથી अ'ड ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે. ∵ △ब'=૯૦°=∠ब. વળી જો कल લંબ હોય તો कल અંતર (कनुं अ'डथी) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, कलથી ઓછી હોય તો કોઇ પણ ત્રિકોણ થશે નહિ. કારણ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ अ'डને મળશે નહિ જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિધ્ધાંતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણ રચના કહે છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બથી ઓછી અને कल લંબથી વધારે હોવી જોઈએ કારણ કે જો અ, બથી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદન બિંદુઓ अड ઉપર ∠ अ′ તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ △ થશે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બ થી ઓછી હોય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય,
(૨) અ, લંબ બરાબર હોય,   } ત્યારે આકૃતિ દોરો.
(૩) અ, લબથી મોટી હોય,

૨ અ, બ થી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૩ અ =બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪. ક=૨ ૧″, બ=૧ ૭′ અને ∠ब=૩૫° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૫ ક=૫ ० સેં મી, બ=૩.० સે મી અને ∠ब=૩૫° ત્યારે △દોરો.

૬. બ=૩ ૭″, અ=૨ ૧″ અને ∠अ=૪૨° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૭ △अबक અને △डइफमां अब=डइ, अफ=डफ અને ∠ब= ∠इ છે. બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય.

નોટ-ઉપલી આકૃતિઓમાં જ્યા અનિશ્ચિત ત્રિકોણ હોય ત્યાં કારણ આપો

સિદ્ધાંત ૩૫. કૃત્ય.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવવો.

अ એક બાજુ અને अब કર્ણ છે.



ત્યારે એક કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના अब ને ममां દુભાગી म મધ્ય બિંદુ લઈ अम ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

अ મધ્ય બિંદુ લઈ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને डમાં છેદે છે डअ, डम, डब સાંધો.

ત્યારે अडब માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા–अडम △ માં } અને बडम △ માં }
मअ=मड } मब=मड }
∴ ∠अ=∠मडअ } ∴ ∠ब=∠मबड }

∴ ∠अडब=∠अ+∠ब

∴ अडब એક કાટખૂણ △ છે. (સિ૦ ૭ ઉપ૦)

અને તેમા अब કર્ણ છે અને अड=क

∴ अडब માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૩૫માં માગેલા △ઓ अब ઉપર કેટલા થઈ શકે ?

૨. અર્ધ વર્તુળમાંનો ખૂણો એક કાટખૂણો છે.

૩. ઉપલી આકૃતિમાં डप, अब ઉપર લંબ હોય તો △अडप, △बडप અને △अडब અરસપરસ સમકોણ છે.

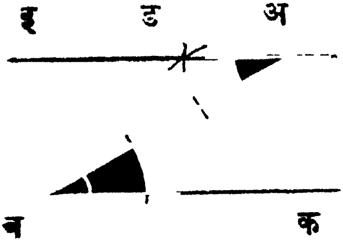
૪ એક વર્તુળમાં ૩.૭″ કર્ણ અને ૧.૨″ બાજુના બે કાટખૂણ ત્રિકોણો પાસે પાસે મુકી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાંધી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

§૨૨ સમાન્તર લીટી દોરવાનું; અને લીટીના સરખા ભાગ.

સિદ્ધાંત ૩૬. કૃત્ય.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીની સમાન્તર લીટી દોરવાની.



बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે अ થી बअ ‖ એક લીટી દોરવાની છે.

રચના—अब સાંધી, अ આગળ ∠ बअड, ∠ अबक બરાબર કરો. (સિ० ૬૧)

અને अड ને इ સુધી લંબાવો. ત્યારે अइ ‖ बक થશે.

સિદ્ધતા—अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે,

અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब=વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.

∴ अइ ‖ बक છે. (સિ० ૪   કૃ० કૃ०

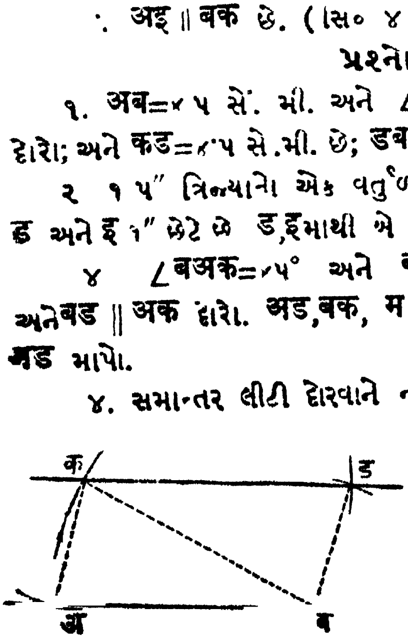
પ્રશ્નો.

૧. अब=૪.૫ સેં. મી. અને ∠बअक=૬૦°; कમાંથી अब ‖ कड દોરો; અને कड=૪.૫ સે.મી. છે; डब સાંધો, अक, डब, ∠क, ∠बમાપો.

૨ ૧.૫" ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરે; अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧" છેટે છે ड,इમાંથી બે જ્યા ‖ વ્યાસ દોરો અને તેને માપો.

૪ ∠बअक=૪૫° અને बअ=अक=૩.૫" છે. कड ‖ अब અને बड ‖ अक દોરો. अड,बक, म મા છેદે તો मअ, मब, मक, मड માપો.

૪. સમાન્તર લીટી દોરવાને નીચેની રચના અજમાવો:—



अब આપેલી લીટી છે અને क આપેલું બિંદુ છે. अबમાં ब ગમે તે બિંદુ લો અને ब મધ્ય બિંદુ લઇ बक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; ब મધ્યબિંદુ લઇ

अक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો એ વર્તુળો ડમાં છેદે તો कड||अब

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દોરશો ?

૬. ૨.૧ ના પ્રમાણમાં બાજુઓ હોય એવો એક લંબ ચોરસ બનાવો

૭. ૪",૩",૧.૫" ની બાજુનું એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ કરો.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨ ૪" અને ૪ ૨"છે તો લંબ ચોરસ કરો.

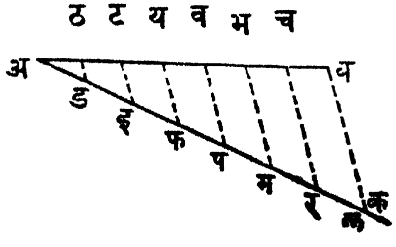
૯. બે કર્ણો અને અંતર્ખૂણો ૪ ૦",૬.૦" અને ૭૫° છે તો સ ચ કરો.

૧૦. ૪ ૦" પાયા ઉપર ૨ ૧" ઉંચાઇનો ૫૫° ખૂણોવાળો એક સ૦ ચ૦ બનાવો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૩૬ ની આકૃતિમાં अल લંબ દોરો અને अ તરફ बफ लंબ (अल) દોરો તો फअ, बक ની સમાન્તર છે

સિદ્ધાંત ૩૭. કૃત્ય.

કોઈ સીધી લીટીના સરખા ભાગ કરવા.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેના (ધારો કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના—अबની સાથે કોઇપણ લીટી ખૂણો કરે તેમ अक દોરો.

अक ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ अड, डइ, इफ, फप पम, मर, रल કરો: बल સાંધો.

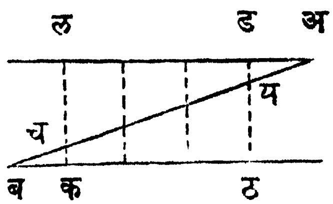
અને लब || रच, मभ, पव, फय, इट, डठ દોરો. (સિ૦ ૩૬) ત્યારે अबના સાત સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—अकને છેદી સમાન્તર લીટીઓ अलના
अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल, સરખા ભાગ કરે છે.

∵ તેજ સમાન્તર લીટીઓ अबના પણ
अठ, ठट, टय, यव, वभ, भच, चब, સરખા ભાગ કરે છે. (સિ૦ ૨૩)
એજ પ્રમાણે अबના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઈ શકે છે.　　ક્રૂ૦ ક્રૂ૦

સિધ્ધાંત ૩૭ની દ્વિતીય રચના.

अबની સાથે ખૂણો કરતી अल
લીટી દોરો અને बठ ∥ अल દોરો.
अल, बठના બનાવ્યા પ્રમાણે ચાર
ચાર સરખા ભાગ કરો
અને બનાવ્યા પ્રમાણે સાંધો ત્યારે
अबના પાંચ સરખા ભાગ થશે
∵ डठ, लक વગેરે ∥ છે



अलના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને बठ ના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે.

∴ अब ના પંચ સરખા ભાગ થય છે.　　ક્રૂ૦ ક્રૂ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવો.
૨. ૪·૭" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.
૩. ૧૧૦ સે મી લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો
૪. એક આખી લીટીમાંથી તેનો ૩/૪ ભાગ કાપો.
૫. એક લીટીને લંબાવી ૧ ૪/૬ ગણી બનાવો
૬. એક લીટીને લંબાવી ૧·૩ ગણી બનાવો
૭. એક લીટીમાંથી ૭ ભાગ કાપો.

૮. એક લીટીને ૩.૯ના પ્રમાણમા કાપો.

૯ એક લીટીને ભાગો, અને તેના ભાગનુ પ્રમાણ કહો.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે प બિંદુ એવું છે કે તે હમેશાં ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર म બિંદુથી ૫" અંતરે રહે છે. હવે प બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી પસે પસેનાં બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનું દરેક બિંદુ म થી ૫" અંતરે હોવુંજ જોઇએ. માટે આવી લીટીને म થી ૫" અંતરે રહે એવા બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહે છે વળી अ બિંદુ એવું છે કે એક આપેલી લીટી बक થી હંમેશા ૩ ૧ સે. મી. ને અંતરેજ રહે છે તેથી अ ની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી તેમાંથી જે લીટી દોરએ તે अનું बकના સબંધમાં નિધાન કહેવાય છે એજ પ્રમાણે अ અને ब એ બિંદુથી સરખે અંતરે જે બિંદુ क હમેશાં રહે છે તેનુ નિધાન પણ નીકળી શકે કારણ કે જો क ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તો એ બિંદુને સાધનારી લીટી તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—કોઇ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઇ એક બિંદુ જે લીટી નક્કી કરે તે તે બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહેવાય છે.

ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામાં નીચેની બાબતો જરૂરની છેઃ—

(૧) ચોક્કસ આપેલી લીટી યા બિંદુ;

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;

(૩) આપેલી ચોક્કસ શરત અને

(૪) ખસતું બિંદુ જે લીટી દોરે તે લીટી.

ઉપરની વ્યાખ્યામાં "જે લીટી દોરે તે" શબ્દોમાં "લીટી" એટલે "વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી બન્ને અર્થ સમજવા.

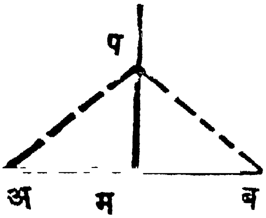
વળી કોઇ પણ નિધાન કાઢની વેળા બનાવવુ જોઇએ કે એ લીટીનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે, અને તે લીટીની બહારનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધાંત વધારે સહેલો હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધો છે.

---

§ ૨૩ નિધાન રચના; અને કાંસને દુભાગવાનું.

સિધ્ધાંત ૩૮ કૃત્ય.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરો બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં છે તો તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अ,ब એ આપેલા ચોક્કસ બિંદુઓ છે અને **प** એવુ બિંદુ છે કે **अ,ब** થી તેનાં અંતરો હમેશાં સરખાં રહે છે ત્યારે **प** નું નિધાન કાઢવાનું છે.

अब લીટીનું મધ્યબિંદુ **म**, **अ,ब** થી સમાન અંતરે છે

∴ **म,प** ની એક સ્થિતિ છે

ધારો કે **प** એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી **पअ=पब** **पम** સાંધો.

હવે **पअम** અને **पबम** △ ઓમાં

∴ ∠**पमअ**=∠**पमब** ∴ **पम**, **अब**ને લંબ છે. (સિ० ૧૪)

એટલે **प**, જે **अ,ब** થી સરખે અંતરે છે તે **अब**ના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે **पम** ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે **अ,ब** થી સમાન અંતરે છે.

∴ મપ, એ અ,ચ થી હંમેશાં સરખે અંતરે રહેતા પ નું નિધાન છે.

ફ૦ ફ૦

નોટ-ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છે:-

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢવું.

(૨)બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨ ૧"ને અંતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢો.

૨. ઘડિઆળના મીનીટ કાંટાની અણીનું નિધાન શું? કલાક કાંટાની અણીનુ નિધાન શુ ?

૩ અવાજ ૧"માં ૩૮૦ ફુટ જાય તો એક સેકેન્ડે જે લોકો અવાજ સાંભળે તેનું નિધાન શુ? [યોગ્ય સ્કેલ લેવું]

૪ એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શુ ? તેના છેડાના મધ્ય બિંદુનુ નિધાન શુ?

૫ એક રસ્તાની કોરેથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તો તેનું નિધાન શું ?

૬. એક બારણાને ઉઘાડીએ તો તેની ધરીનુ નિધાન શું ?

૭. બે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્ય બિંદુનું નિધાન શુ ?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કોરથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દોડે તો તેનું નિધાન શુ ?

૯. એક પથરો હાથમાંથી જમીન ઉપર પડતો મૂકયો હોય તો તેના ગુરૂત્વબિંદુનુ નિધાન શું ?

૧૦ એક બિંદુ એવુ છે કે તે બે આપેલી કાટખૂણે છેદતી લીટી-ઓની એકથી બીજીથી બમણે અંતરે રહે છે તો તેનું નિધાન શુ ?

૧૧. એક આંકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છેડો

દિવાલ પર છે અને જો છેડા હમેશાં એ પ્રમાણે રાખી આકર્ણોને ખસેડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૦મા માં ખસતું બિંદુ એકથી બીજાથી ત્રણગણે અંતરે રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૩. એક બિંદુ એવું છે કે તેનાં અંતરોનો સરવાળો બે કાટખૂણે છેદતી લીટીઓથી ૫૦" છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૪. પ્રશ્ન ૧૩મા માં બાદબાકી ૩૦' રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૫ ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૬ એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अ થી ૪૦' અને ब થી ૪૫" છેટે છે.

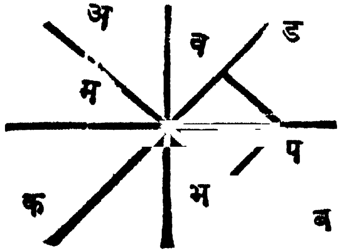
૧૭. એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨૪" રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢો

૧૮. अब થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ पक ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૯ अ બિંદુ बक લીટીથી ૩૧" છેટે હમેશાં રહે છે તો તેનું નિધાન કાઢો.

સિધ્ધાંત ૩૯. કૃત્ય.

બે આપેલી અરસપરસ છેદની સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अब, कड એ સીધી લીટી मમાં છેદે છે અને प, એવુ બિંદુ છે કે તેનાં અંતર अब, कडથી હંમેશાં સરખાં છે; તો તેનું નિધાન કાઢવાનું છે.

म, अब, कड બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનુ અંતર શૂન્ય છે.

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प બીજી સ્થિતિ છે. ∴ मव=पम पम સાંધો.

હવે △ पवम અને △ पभम માં

पम કર્ણ છે અને पव=पभ અને ∠व=∠भ=૯૦° છે.

∴ प,∠डमवને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે. (સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે प, ∠अमडને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે.

∴प, म આગળના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ ઉપર છે અને प, ગમે ત્યાં આવે તો પણ पव=पभ છે

∴ આ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે.

ફ૦ ફ૦

નોટ—ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે:-

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખૂણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોટ,

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧′ ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે अमब, कमड બે આપેલી લીટી मમાં છેદે છે.

अमबथી ४ १" ने છેટે આવેનાં બિંદુએનું નિધાન કાઢો.
कमडथी ४·१"ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનુ નિધાન કાઢો.

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે अब || कड છે

(અ) अबથી ४ १' છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

कडથી પણ ४ १" છેટે આવેલાં બિંદુની નિધાન કાઢો.

अब || कड છે . આ નિધાન પણ છે અને બિંદુ અશકય છે.

(૫) પણ अब અને कडનું અતર ૮ ૨' હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર મળી જશે અને માગેલુ બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે

ટીપ. આ પ્રમાણે જયારે કેઇ રચના નિધાનરચના સાથે સબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી શરતો લઇ નિધાનો કાઢવા અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઇ નિધાનોને અરસપરસ છેદતા કરવા. આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પુરી કરે છે. અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઇ શકે છે.

નિધાન છેદનમા વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમા રાખવાનુ છે કે આપેલો પક્ષ શું છે; અને કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઈ શકે છે; એ ભાગના કયાં કયા નિધાન છે, અને આ નિધાનોને એકઠાં કરવાથી શું પરિણામ આવે છે; આ પ્રમાણે કરતાં પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે. કોઈ કોઇ વખતે એક કરતા વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે. તેમજ કોઇ વખતે રચના અશકય છે અને તેનું કારણ એવુ હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઈ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે બધા પ્રશ્નોમા ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધાન્ત આપવી અવશ્યની છે. અને તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઉપનું કોઇ પણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે.

૨ **અ** એક સ્થિર બિંદુ અને **બક** એક સ્થિર લીટી છે. **પ**, **બક** ઉપર ખમે છે; **અપ** લંબાવતા તેની ઉપર **પડ=અપ** તો **ડ** નું નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે.

૩. ૬૭°ને ખૂણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩.૪ સે.મી. અને બીજીથી ૨.૯ સેં.મી. દૂર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો

૪. એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪.૦' દૂર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો આ કયારે અશકય છે?

૫ **અ**,**બ**ની ૪.૪' દૂર છે એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **અ**થી ૫.૦" અને **બ**થી ૫.૯" દૂર હોય કેટલાં બિંદુ નીકળશે?

૬, એક વર્તુળમાં **અ** ને **બ** બિંદુ છે. તો વર્તુળ ઉપર **અ**,**બ**થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો

૭. **કબ**,**કડ** થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ **પમ** ઉપર શોધી કાઢો.

૮. **અ**,**બ**થી ૬.૦ સેં.મી દૂર છે તો **ક** એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **અ**થી ૪.૦ સે.મી. અને **બ**થી ૫.૦ સે. મી દૂર હોય.

૯. **અબ**થી ૪.૦ સે.મી દૂર અને **કડ**થી ૫.૦ સેં. મી. દૂર આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખૂણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૧. ૪.૧" બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી ૩.૫" દૂર પાયા ઉપર બિંદુઓ શોધી કાઢો. તેનું અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૬.૭" બાજુવાળા સમબાજુ Δ ની બાજુથી ૪.૧" દૂર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. **અબક** સમદ્વિબાજુ Δ ની **અબ** બાજુ ઉપર **પ** બિંદુ

શોધો કે જે **बक** (પાયો) અને **अक** થી સરખે અંતરે હોય. બતાવો કે **अप=कप=कब** છે.

૧૪. કોઈ પણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવું બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪.૦" વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસને || એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં **अब** વ્યાસ અને **अड**, એક જ્યા છે પરિધ ઉપર **अब**, **अक**થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬માં **अब**, **अक** ને લંબાવેલી લીટીથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો

૧૮ **अ** એક સ્થિર બિંદુ છે અને **बक** ઉપર **ड** એક ખસતું બિંદુ છે; તો **अड** ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો

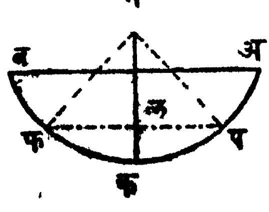
૧૯ **अ** એક સ્થિર બિંદુ છે અને **ड** એક આપેલા પરિધ ઉપર છે, તો **अड** ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો.

સિદ્ધાંત ૪૦. કૃત્ય.

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવું.

अकब એક આપેલું કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

રચના—**अब** ને સાધી તેને **ड** મા દુભાગો. (સિ૦ ૨૭) અને **डम**, **अब**ને ⊥ દોરી, **मड**ને લંબાવી કૌસને **क**માં છેદવા દો (સિ.૨૮) ત્યારે **अबक** કૌસના **क** માં બે સરખા ભાગ થશે.



સિદ્ધતા—अ,ब થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુનું નિધાન **मक** છે. [સિ૦ ૩૮]

∴ જે વર્તુળનું **अकब** કૌંસ છે તેનું મધ્યબિંદુ પણ **मक**માં છે.

ધારો કે **म** મધ્યબિંદુ છે. **मडक** એક વ્યાસ લીટી છે.

વળી **पफ** જેવી કોઈ પણ જ્યા **मक**ને કાટખૂણે દોરી હોય તો

Δ**मपल** ≡ Δ**मफल** [સિ૦ ૧૫]

∴ **पल=फल.**

હવે **पफ** જ્યા **अब**ની નીચે ગમે ત્યાં લીધી હોય તો પણ **पल=फल.**

∴ **अकब** કૌંસ **मक** ની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

∴ કૌંસ અને **मक**નું સામાન્ય બિંદુ **क**, **अकब** કૌંસનું મધ્યબિંદુ છે.

∴ **अकब** કૌંસના બે સરખા ભાગ **क**માં થયા છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. મધ્યબિંદુ આગળ ૩૦° નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો.

૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગો

૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌંસને દુભાગો.

૫. ૩·૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫°નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૬. ૬·૨ સેં.મી ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્ય બિંદુ આગળ ૬૨°નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

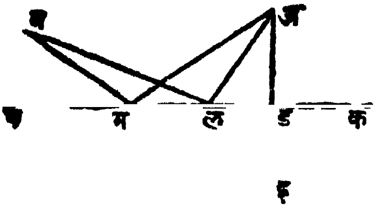
૭. એક કૌંસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

પરિશિષ્ટ અ. § ૨૪. કેટલાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧લો.

अ, ब બિંદુમાંથી पफ સીધી લીટી સુધી એવી બે

સીધી લીટી દોરો કે તેનેા સરવાળેા સૈાથી ન્યૂન પરિમાણુનેા હોય.



(૧) ધારેા કે अ, ब આપેલી લીટી ની એકજ બાજુએ છે. अड ⊥ पक દોરેા અને अड લંબાવી अड=इड કરેા. पकમાં કોઇ પણ બિંદુ ल લેા. अल, बइ, बल સાંધેા; અને बइ, पक ને मમાં છેદે છે.

∴ △मडअ ≡ △मइड, मअ=मइ,

∴ बम+ मअ=बइ. વળી बलइ △માં

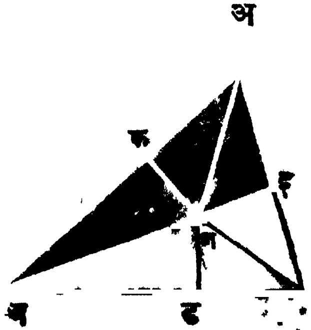
बल+लइ > बमइ એટલે, > बम+मअ

∴ म માગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે अ,ब, पक ની વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તેા સ્પષ્ટ છે કે अब, જો पक ને म માં છેદે તેા म, માગેલું બિંદુ છે. પ્ર૦ સિ૦

[પ્રશ્ન ૨ જો.

ત્રિકેાણુના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીએા એક બિંદુ ગામી છે.



अबक △ ના ∠ ब, ∠ , क ને

बग, कग થી દુભાગેા. गअ સાંધેા.

गइ, गड, गफ ⊥ બાજુએા પર દોરેા.

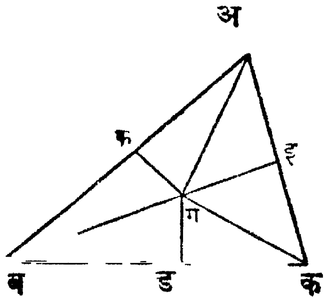
∴ ∠ गफ, ∠ प ને દુભાગે છે.

∴ गड=गफ. અને गक, ∠ क ને દુભાગે છે.
∴ गड=गइ ∵ गइ=गफ=गड.
વળી अफग △ અને अइग △ મ. अग સામાન્ય છે;
અને गफ=गइ; અને ∠ फ=∠ इ=१ L
गअ, ∠ अने દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩ જો.

ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એક-બિંદુગામી છે.

અ, બ, ક ના ड, इ, फ, મધ્ય બિંદુ છે इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દોરો. આ લંબ गમાં મળવીજ જોઇએ, કારણ કે જો ન મળે તો તેઓ ∥ છે અને अब ∥ अक (?) પણ એ અશક્ય છે.

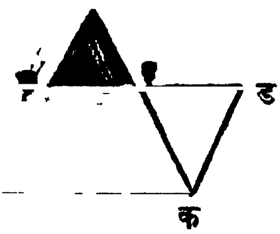


इग, फग, गमां છેદે છે. गड સાંધો.
गअ, गब, गक સાંધો.
गफ, अब ⊥ દુભાગનારનો છે. ∵ गअ=गब
અને તેજ પ્રમાણે गअ=गक ∵ गअ=गब=गक.
અને ∴ △ गबड≡△ गकड
∴ गड ⊥ बक છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૪ થો.

એક ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી

સીધી ત્રીજી બાજુની સમાન્તર અને અર્ધી છે.



अबक Δ ની अब, अक નાં फ,इ, મધ્ય બિંદુ છે.

फइ લંબાવી इफ=इड કરો.

डक સાંધો.

∵ Δ अफइ ≡ Δ कडइ,

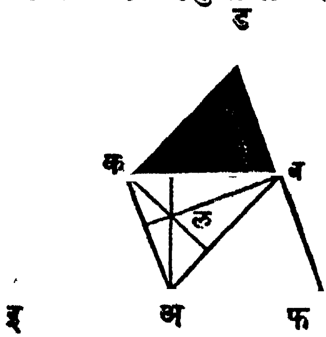
∴ ∠ अ=∠ इकड ∴ अब ∥ कड

અને अफ=फब=कड ∴ कड∥=बफ ∴ बड સ૦ ચ૦ છે.

પણ डफ=२ इफ ∴ बक=२ इफ અને कब ∥ फइ પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૫ મો.

ત્રિકોણની બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ એક બિંદુગામી છે.



अबक Δ નાં अ,ब,कमांथी इअफ ∥ बक, डबफ∥अक અને डकइ∥अब દોરો.

अक ∥ फब અને बक ∥ फअ,

∴ अफबक સ૦ ચ૦ છે.

∴ अक=फब, તેજ પ્રમાણે

अक=बड, बक=फअ=अइ અને बअ=कइ=कड.

∴ अ, ब, क, डइफ Δ ની બાજુનાં મધ્યબિંદુ છે.

∴ डइफ∆ની બાજુનાં अ, ब,क, મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબો लમાં એક બિંદુ ગામી છે.

પણ अबक∆ની બાજુ ∥ डइफ∆ની બાજુ.

∴ अल, बल, कल લંબ अबक∆ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે.

પ્ર० સિ०

પ્રશ્નો.

૧ पक, रब એ સીધી લીટી અને अ,ब એ બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તો पफ પર ड અને रब પર इ બિંદુ એવાં શોધો કે अड + डइ + डब સૌથી ન્યૂન હોય

૨. આપેલાં બિંદુથી એક આપેલા સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખૂણા કરે.

૩. ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો अ,बની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો

૪. એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલાં બે બિંદુથી તે લીટીના કોઇ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય.

૫. બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો..

૭. એક ∆ની બહારના બે ખૂણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.

૮. જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે તો તેથી સરખે અંતરે રહેતાં ૪ બિંદુઓ છે.

૯. બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે અને અંતર્ખૂણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખૂણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રશ્ન ૯ નો પ્રતીપ સિદ્ધ કરો.

૧૧. अड, अबक Δ ની મધ્યગા છે. જો अक > अब, તો $\angle$ अडक < ૧ L.

૧૨. अबक Δ માં बक પાયો છે અને अड મધ્યગા છે, તો જે પ્રમાણે $\angle$ अ, કાટખૂણો, પહોળો ખૂણો અથવા સાંકડો ખૂણો હોય તે પ્રમાણે अड = > અથવા < ½ बक છે

૧૩ પ્રશ્ન ૧૨ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૧૪ જે ખૂણામાથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખૂણો કરતી બાજુના અર્ધાથી તે મધ્યગા ઓછી છે.

૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

૧૬ એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો.

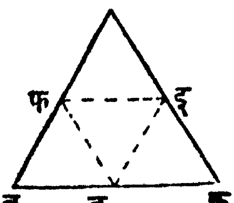
૧૭ કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે

૧૮ કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બે સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને કર્ણોના મધ્યબિંદુ જોડે સાધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯ अबक Δ માં $\angle$क=૧ L; बकનું ड મધ્યબિંદુ છે અને अब માંથી बइ=¼ अब કાપી છે તો डइ=बइ.

૨૦. એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાની સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨૧. એક ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી Δના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.



૨૨. કોઇ પણ સ૦ ચ૦નાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર દોરી હોય તો સામસામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી ‖ ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩. સ૦ ચ૦ ની સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. સ૦ ચ૦ ની अब, कडનાં इ, फ મધ્ય બિંદુ છે તો कइ, અને बफ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫. अब, कडનાં इ, फ મધ્ય બિંદુ છે અને अफ, इक, बड સાંધી છે. જો अक ‖ इफ, તો बड ‖ इफ.

૨૬. ચતુષ્કોણની બાજુના મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે.

૨૭. अबक △માં बगइ, कगफ મધ્યગા દોરો. गब, गक ને र, ल માં દુભાગો. इफ, फर, रल, लइ સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક △નાં શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુની ‖ લીટીઓ દોરી એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ની બાજુથી બમણી છે

૨૯ अबकड સ. ચ માં म, अडનું મધ્ય બિંદુ અને इ, बकનું મધ્યબિંદુ છે તો बम, डइ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે,

૩૦. अबकड ચ૦માં प, अबનુ અને र, कडનું મધ્ય બિંદુ છે. અને पर, डब ને દુભાગે છે તો अड ‖ बक છે.

૩૧. अब લીટીના છેડા અને તેના મધ્ય બિંદુમાંથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઇ પણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમા પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજીનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ ब. § ૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતાં ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાનું કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં કારણો નીચે પ્રમાણે છે:—

(૧) ભૂમિતિમા આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાંતો—પ્રમેયો અને કૃત્યો—બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુંજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલાં તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિત કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયાં કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યા છે; એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઇ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઇ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે **ભૂમિતિ એકીકરણમાં** જાણેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પરિણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઇ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી. આ ભાગ શોધવાને માટે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશે:—

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે ચોક્કસ આકૃતિ કાઢવી. સરખી લીટીઓ, સરખા ખૂણાઓ—પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવું.

(૨) બે લીટીઓ કે ખૂણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ. સરખાં નહિ આપ્યા હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવા નહિ. ત્રિકોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ, ચતુષ્કોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ. ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુ અને બધા ખૂણા અસમાન દોરવા જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે ...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે **સિદ્ધાંતો સૂચવાતા** હોય તે લક્ષમાં રાખવું; જેમકે, બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪થો, ૫મો ને ૬ ઠ્ઠો સિદ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષપરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી; અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમાંથી

માગેલું પરિણામ નીકળી શકે; એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ **આગળ** ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ **પાછળ** ચલાવવાં.

(૫) જો એમ છતાં પણ સાબિતી પરેપુરી ન મળે તો કોઈ પણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી **સઘળી** સત્યતાઓનો ઉપયોગ કર્યાં વિના પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ

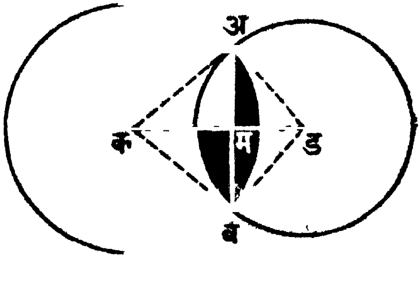
સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી; પણ એ કામમા હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઇએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ. આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનું કારણ સહિત **પૃથક્કરણ** કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી **એકીકરણ** લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન अ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્યબિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો अ, ब માં છેદે છે, ત્યારે कड, अब ને ⊥ દુભાગશે.



પૃથક્કરણ—આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે. ∴ कअ=कब અને डअ=डब.

વળી अम=मब અને ∠अमक=∠बमक થવા જોઇએ. તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસે પાસેના ખૂણા સરખા થાય તો अकम △ ≡ △बमक. વળી △अमक ≡ △बमक થવાને માટે △ઓમાં अक =कब અને कम સામાન્ય છે; તેથી ∠ अकम=∠बकम થવો જોઇએ,

પણ △अकम=△बकम થવાને માટે △अकड ≡ △बकड જોઇએ,

અને આ △ઓમાં એકના ત્રણ અંગ=બીજાનાં ત્રણ અંગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણ—રચના. कअ, कब, डअ, डब સાધો.

સિદ્ધતા. अकड △ અને बकड △માં अक=बक, अड=बड અને कड સામાન્ય છે; △ઓ સર્વ સમાન છે, (સિ૦ ૧૪)

∴ ∠ अकम=∠बकम. વળી अकम △ અને बकम △ માં अक=बक, कम સામાન્ય છે અને ∠अकम=∠बकम

△ ઓ સર્વ સમાન છે (સિ૦ ૧૦)

मअ=मब અને ∠ अमक=∠बमक=૧ L

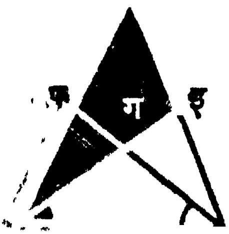
પ્ર૦ સિ૦

નોટ ૧—એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંનાં પદોનો ક્રમ ઉલટો છે.

નોટ ૨—પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં રચના અને સિદ્ધતાના જ ભાગોની ફક્ત જરૂર છે.

પ્રશ્ન ब

જો કોઈ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



अबक Δમાં बइ મધ્યગા=कफ મધ્યગા છે ત્યારે Δ अबक સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक Δ સમદ્વિબાજુ છે,

∴ अब=अक. बफ=कइ

અને ∠फबक=∠इकब

Δफबक ≅ Δइकब

∠गबक=∠गकब

અને ∴ गक= गब

અને गब= ⅔ बइ અને गक= ⅔ कफ

∴ गब=कफ

એકીકરણ—મધ્યગાઓને ग માં મળવા દો.

बइ=कफ અને गक=⅔कफ ને गब=⅔बइ

गक=गब

गबक સમદ્વિબાજુ Δમાં

∠ गबक=∠गकब (સિ૦ ૧૨)

इबक Δ અને फकब Δમાં

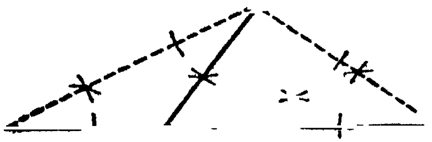
बइ=कफ અને बक સામાન્ય છે.

અને ∠इबक=∠फकब Δઓ સર્વ સમાન છે. (સિ૦ ૧૦)

∴ बफ=कइ ∴ अब= अक. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक Δ બનાવો.



પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक માગેલો Δ છે.

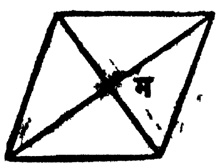
अ+अ+क, ∠ब, ∠क આપેલાં છે.

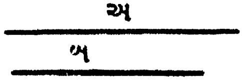
बक ને બને બાજુ લંબાવી बड=बअ અને अक=कइ કરો.
જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड △, अकइ △ સમદ્વિબાજુ છે.
∴ ∠ड=∠बअड અને ∠इ=∠कअइ
અને ∠अबक=∠डअब+∠ड=૨ ∠ड.
અને ∠अकब=∠इअक+∠इ=૨ ∠इ
∴ ∠ड=½ ∠ब અને ∠इ=½∠क
અને डब+बक+कइ=અ+બ+ક.　　　　તેથી

એકીકરણ—આપેલી પરિમિતિ=डइ લો.
ड આગળ ½∠ब=∠ड કરો.
અને इ આગળ ½∠क=∠इ કરો.
જો डअ, इअ, अમાં મળે તો अ આગળ
∠बअड=∠ड અને ∠कअइ=∠इ કરો
ત્યારે △ अबक માગેલો △ છે.
સિદ્ધતા—વિદ્યાર્થીએ પુરી કરવી.　　　ક્ષ૦ ફ૦

પ્રશ્ન ड.

કર્ણોની લંબાઈ આપી હોય તો રૉમ્બસ બનાવો.





પૃથક્કરણ—રૉમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખૂણે છેદે છે; આ સત્યતા ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ—બે સીધી લીટીઓ પરસ્પરસ ⊥ દોરી मज=½ અ

અને મવ=½ બ કરો. અમ, વમ લંબાવી મક=મઅ અને મડ=મવ કરો; અવકડ સાધો ત્યારે અવકડ માગેલો રોમ્બસ છે.

સિદ્ધતા—અક અને વડ એક બીજીને કાટખૂણે દુભાગે છે;

∴ અવ=વક=કડ=ડઅ. ક્૦ ક્૦

ઽ ૨૬. પ્રથમ ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. અવ, અક ૮૦°નો ખૂણો કરે છે. અવ=૨·૩" અને અક=૩·૧" છે. △અની દુભાગનારી લીટી વકને ડમાં મળે છે તો અડ, ડક કેવડી અને ∠અડવના એક કાટખૂણાપૂર્ણી અને દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કયા ?

૨. એક સમબાજુ △ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩ એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ ઓ છે તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૪. અવક, ડવક △ ઓમાં અવ=ડક અને અક=ડવ તો અડ ‖ વક છે.

૫. પ્રશ્ન ૩માં પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ △ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૬. અ=૩·૭", ∠વ=૬૧° અને ક=૪·૧" છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. અવકડ સ૦ ચ૦ માં અક કર્ણ ઉપર પ, મ એવાં બિંદુ છે કે અપ=કમ તો વપડમ સ૦ ચ૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિજ્યમમાં વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૯. અવક △ની અવ, વક, કઅને ડ,ઇ,ફમાં દુભાગો; ડ,ઇ. આંથી અવ, વક, અક ઉપર લંબ દોરો; આ લંબના ભાગો માપો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ અવકડ, અવપમ

બે સ૦ ચ૦ ઓ છે તો **कडमप** સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણુમાં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ △ નાં શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લંબ છે અને પાયાની સામેના ખૂણુાને દુભાગે છે.

૧૪. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ ઓ **अबक**, **डबक** છે તો ∠**अबड**= ∠**अकड**.

૧૫. કોઇ પણુ સમદ્વિબાજુ △ ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણુ સરખે અંતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણુની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણુ પણુ સમબાજુ છે.

૧૭. બે ત્રિકોણુમાં ∠**ब**=∠**ब**′=૩૭° છે, ક=ક′=૫·૯ સે મી. અને બ=બ′=૬ ૭ સેં. મી. છે તો ત્રિકોણો બનાવો. અનિશ્ચિત રચના છે ‘ કારણુ આપો.

૧૮. ૩·૫″ ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨°નો ખૂણો કરતા કોસને દુભાગો.

૧૯. **अबक** સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુની સરખી બાજુ **बअ**, **कअ** ને **इ**,**फ** સુધી લંબાવી છે; જો **अइ**=**अफ**, તો **फब**=**इक**.

૨૦. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખૂણુાને દુભાગે છે.

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુના પાયાની બહારના ખૂણુાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ કરે છે.

૨૨. ૩·૧″ ની બાજુ ઉપરના ૭ સમબાજુ ત્રિકોણો કરી સાથે મૂકી એક સમબહુકોણુ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખૂણો ચાર તૃતીયાંશ કાટખૂણુા બરાબર છે.

૨૩. ત્રિકોણમાં कब પાયો અને પાયા ઉપરના લંબ આપ્યા છે તો કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દુર છે, અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતા ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જો સીડી ૪૧ ફુટ હોય તો બારીની ઉંચાઇ કેટલી?

૨૫. अबकड સ૦ ચ૦ની कअ બાજુને લંબાવતાં कइ=कअ; कब || इफ, डक ને લબાવતાં फ મા મળે છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે.

૨૬. એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° દક્ષિણમાં વળી જઇ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉતરમા ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અતરે ગઇ? બન્ને સ્થાનોનુ કોણ અંતર કાઢો

૨૭ જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજથી ઉપર છે ત્યારે જમીનમા દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાઠીની ઉચાઇ શું

૨૮. એક મોજણીદાર अથી પૂર્વમાં ૧૫૦ વાર જાય છે, પછી ત્યાંથી (बથી) क સુધી ઉતરમા ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી ड સુધી પશ્ચિમમા ૪૫૦ વાર જાય તો अड કેટલુ? अથી डનું કોણ અતર શુ?

૨૯. अबकड સ૦ ચ૦ ની બાજુ પર અનુક્રમે इ, फ, ग, य ચાર બિંદુઓ છે, જો अय=कफ અને अइ=कग તો इफगय સ૦ ચ૦ છે.

૩૦. अबक સમદ્વિબાજુ Δના પાયા ઉપરના ખૂણને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને इ, फमा મળે તો इफ || बक છે.

૩૧. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब=कड અને ∠ब=∠क તો अड || बक છે.

૩૨. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમના કર્ણો સરખા છે.

૩૩. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝમમાં સમાન્તર બાજુ આગળના ખૂણા બરાબર છે.

૩૪. સમદ્વિબાજુ દ્વાપિજ્યમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. अबकड ચ.માં ∠अ=∠ब અને ∠क=∠ड, તો अड=बक છે.

૩૬. કોઇ પણ લંબચોરસની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમભુજ છે. [ત્રીજી કયી લીટીની આસપાસ ચોરસ સમ્મિતરૂપ છે?

૩૭. બતાવો કે એક ચોરસ તેના કર્ણોની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩૮. એક લંબચોરસના કર્ણો બે બધી રીતે સરખા △ ઓ કરે છે તો આ કર્ણો લંબ ચોરસની સમ્મિતરૂપ ધરી છે

૩૯. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની સમ્મિતરૂપ ધરી શોધી કાઢો; ન હોય તો તેનું સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ બતાવો. તે પણ ન હોય તો કારણ શું?

૪૦. સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો બે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ગુણો બરાબર હોય તો સ० ચ० સર્વ અંગમાં બરાબર છે.　　[લંબચોરસ બધી રીતે સરખા છે.

૪૧. જો બે લંબચોરસમાં પાસે પાસેની બાજુ "બરાબર" હોય તો

૪૨. अबकड, इफगय બે ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ; इफ, फग, गय, यइ ની અનુક્રમે બરાબર હોય અને ∠अ=∠इ, તો ચતુષ્કોણો બરાબર હોઇ શકે છે.

૪૩. કોઇ પણ સ० ચ० ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે,

૪૪. अबक △માં बइ ને फक મધ્યગા गમાં છેદે છે. गब, गक ને અનુક્રમે य,डમાં દુભાગી છે તો यडइफ સ० ચ० છે,

૪૫. अबकड સ० ચ० માં अकને इ સુધી લંબાવનાં कइ=अक થાય છે. इ અને बમાંથી इफ, बफ, અનુક્રમે कब, कअને ‖ છે તો [illegible] સ० ચ०છે. [डय અને बव, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૪૬. अबकड સ० ચ० માં अब, कड ના य,व મધ્યબિંદુ છે તો

૪૭. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે સામસામેના શિરોબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લંબ દોરી છે તો આ લંબ સરખી છે.

૪૮ अबक, डइफ Δઓમાં अब=|| डइ અને बक=|| इफ તો अक= || डफ છે. ત્યાં ∠अ+∠क=૧૮૦° છે, અને अक=बड.

૪૯ अबकड ચતુ૪કોણમાં अब || डक અને अड=बक તો

૫૦. अप, बक એ સળીઆ સમાન્તર છે. अप, प ની આસપાસ અને बक, ब ની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામાં ફરે છે તો તેઓ હમેશાંજ સમાન્તર છે અને पक કોઈ પણ સ્થિર બિંદુમાંથી જાય છે.

૫૧. જો કોઈ સીધી લીટી આકૃતિમાં માહેના ખૂણા બહારના ખૂણાની (સરવાળાની) બરાબર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે? કારણ આપો.

૫૨ ∠ब=૧૧૦, ∠क=૧૧૫, ∠ड=૯૩, ∠इ=૧૫૨ તો એક પંચકોણ બનાવો, રચનાથી બનાવો કે अइ || बक અને તે સિદ્ધ કરો

૫૩ માહેનો ∠अ=૨ બહારના ∠अ અને ૩ ∠ब=૪ ∠क તો ત્રિકોણના ખૂણા કાઢો

૫૪ એક હોડી પશ્ચિમમા જાય છે. પણ વચ્ચે બેટ આવવાથી ચાર વખત એક પછી એક એમ ૬૩°,૭૮°,૧૧૯°,૬૮°ને ખૂણે તેને દિશા બદલવી પડે છે જો તે પશ્ચિમમા આવે તો તે આખરે કેવડા ખૂણામાથી ફરે!

૫૫. દરેક સમબહુકોણમા કોઇ પણ અંતર્ગામી ખૂણો નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લબાવવાથી એક વખતે ૧૫°, બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૯°, અને ચોથી વખતે ૧૨°નો દરેક ખૂણો થાય છે તો તે ચાર બહુકોણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે?

૫૬. કોઇપણ ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે. [પાયાને સમાન્તર છે.

૫૭. કોઇ પણ ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી

૫૮. કોઇ પણ Δ ની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ Δ ના ચાર સરખા ત્રિકોણો બનાવે છે.

૫૯. કોઈ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી બે સરખાં ભાગ કરે છે.

૬૦. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ નાં બે સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની

કોઇ પણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો બાકીના શિરોબિંદુમાંથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૬૧. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઇ પણ બિંદુ માંથી જો સરખી બાજુ ઉપર લંબ દોરીએ તો આ લંબનો સરવાળો પાયાના છેડામાથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૬૨. કોઈ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં અંદરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી બધી બાજુ પર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઇની બરાબર છે.

૬૩. સરખાં અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇ પણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખા કાટખૂણ પ્રક્ષેપન કરે છે.

૬૪. એક કાટખૂણ ત્રિકોણનો એક ખૂણો જો ૩૦° નો હોય તો સૌથી મોટી બાજુ સૌથી નાનીથી બમણી છે

૬૫ એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણ શિરોબિંદુ અને કર્ણના મધ્યબિંદુનું અંતર કર્ણથી અર્ધું છે.	[નિધાન કાઢો.

૬૬. કાટખૂણો અને કર્ણ આપ્યા હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું

૬૭ કર્ણ આપી હોય તો કાટખૂણ શિરોબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૬૮. **અબકડ** ચોરસમાં **અ**થી, **બક**, અને **કડ** નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને **ક**થી, **અડ**, **અબ** નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે.

૬૯. સમબાજુ Δ**અબક**માં **અબ**માં એક **ડ** બિંદુ લો; Δની સામેની બાજુ ઉપર **અડ** ઉપર એક સમબાજુ Δ **અડઇ** દોરો તો **બઇ=કડ**.

૭૦. **અબક** Δના **∠અ**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો **પ** બિંદુ લીધું હોય (∠**અ**ની બહાર) તો **અબ+અક** <**પબ+પક**.

૭૧. **અબક** સમદ્વિબાજુ Δમાં **અબ=અક** અને **ડઇફ** લીટી **અબ**, **બક** અને **અક**ને લંબાવતાં છેદે છે; જો **ડઇ=ઇફ**, તો **બડ=કફ**.

૭૨. એક **અબક** કાટખૂણ (**અ**) Δ માં **બક**=૪૬૦ વાર અને **અબ**=૨૬૦ વાર તો **અક** કેટલું ?

૭૩. ૫·૩" પાયા ઉપર ૩·૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

બનાવો. તેનાં સર્વ અંગ માપો [સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૪. ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો આપેલાં છે તો

૭૫. એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઈ આપી હોય તો Δ બનાવો.

૭૬. એક વહાણ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે. બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જુએ છે. અને દોઢ કલાક પછી દીવાદાંડી પૂર્વની દક્ષિણે ૯૨° એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામાં દીવાદાંડીથી વહાણનું અંતર કેટલું ? અને કયા વખતે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું ?

૭૭. સમબાજુ ત્રિકોણોના સરખા કકડા લઇ કોઇ પણ જગ્યા એ પત્થર જડી શકાય કે નહિ, ? [જડી શકાય છે.

૭૮. ૪, ૫, ૬, ૭ અને ૮ સરખી બાજુના બહુકોણ [redacted] એાટલો

૭૯ એક Δમાં $\angle$ब=૬૦° અને અ=૮ સેં. ની છે તો બ કેટલી મોટામા મોટી હશે અને $\angle$क કેટલો મોટામા મોટો હશે ?

૮૦. Δअबक માં अब, अकમાં प, ड, એવાં બિંદુ શોધો કે पड ॥ बक થાય અને पड=½बक થાય, [નોટ–પાયાને દુભાગીअब ॥ લો]

૮૧. अब, बक માં ब,क એવાં બિંદુ શોધો કે $\angle$ब=૩$\angle$क

૮૨. બે સમાન્તર લીટીઓમાં अ, ब બે સ્થિર બિંદુ છે. બીજાં प,ड બે બિંદુ એવાં શોધો કે अपबड એક રોમ્બસ બને.

૮૩. $\angle$अबक ને આ પ્રમાણે દુભાગો–ब મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો बअ, कअને प,ड માં અને બીજો એજ લીટીને म,य માં છેદે, पय, डम, લમા છેદે તો अल $\angle$अને દુભાગે છે.

૮૪. अ, ब, कड ની વિરુદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો कड મા એવું બિંદુ શોધો કે $\angle$अपक=$\angle$बपक.

૮૫. पकरय એવો એક રૉમ્બસ બનાવો કે તેનો पर કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર છે અને તેની पक,कर, रय ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૮૬. कडની એકજ બાજુએ अ,ब બે બિંદુ છે તો कडમાં એવું એક બિંદુ प શોધો કે पअ, पब નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય!

૮૭. પ્રશ્ન ૮૬ માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો प બિંદુ ક્યાં છે?

૮૮. પ્રશ્ન ૮૬માં प એવું શોધો કે अप+पब નાનામાં નાનો હોય.

૮૯. એક એવો રૉમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૯૦ બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૯૧. अकइड એક અર્ધ વર્તુળ अड વ્યાસ ઉપર છે અને ब, તેનું મધ્યબિંદુ છે इ,क એવી રીતે પરિધ ઉપર છે કે कइ લંબાવતાં; अडब ને फ સુધી લબાવેલી લીટી ઉપર મળીને इफ=बइ=बक કરે છે તો બનાવો કે △फ=⅓∠अपक છે.

૯૨. अबक△ની ઉંચાઇ बक ઉપર ૫ ૨ સેં. છે અને अब=૫.૯ સેં. મી. અને अक=૯ ૪ સે. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવી તેનાં અંગ માપો.

૯૩ अबक△મા ∠ब આપેલો ખૂણો અને ∠क બીજો આપેલો ખૂણો છે અને बक ઉપર अ ની ઉંચાઇ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૯૪. એક આપેલા શિરોબિંદુ આગળના ખૂણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૯૫. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમા કર્ણ=૫ ૫″ છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો ૮.૫′ છે તો ત્રિકોણ બનાવો. [આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૬. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો

૯૭. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.　　　　[∠क=૭૨° છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૮. એક ત્રિકોણમા અ+બ+ક=૧૪ ૪ સેં. મી., ∠ब=૬૪° અને

૯૯. એક ત્રિકોણમાં અ=૬.૨ સેં. મી, બ+ક=૧૦.૫ સે. મી. અને ∠ब=૬૪° છે તો ત્રિકોણ બનાવો,　　　　[તો △ બનાવો.

૧૦૦. એક ત્રિકોણમાં અ=૪.૨″ અને અ+ક=૬.૩″ અને ∠क=૨૮°

૧૦૧. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ=૫ ૭ સેં. મી. અને બાજુઓનો તફાવત ૧.૩ સેં. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૨. એક ત્રિકોણમાં અ=૭·૧ સેં. મી., ક—બ=૧૪·૪ સે. મી. અને ∠ब=૫૫° છે, તો ત્રિકોણ બનાવો [अक=૭·૫" અને बड=૬·૩" હોય.

૧૦૩. એક अबकड સ૦ ચ૦ એવો બનાવો કે अब=૪·૨" અને

૧૦૪. એક એવો રૉમ્બસ બનાવો કે તેમાં એક કર્ણ=બાજુ છે.

૧૦૫. એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૬૦° એ દુભાગે છે. જો કર્ણ ૫·૪ સેં. મી. હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવો. પ્રશ્ન અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો. [Δ બનાવો. કેટલાં Δ ઓ થશે ?]

૧૦૬. પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તે [નોટ—अब પાયાની ∥प ઉંચાઈએ દોરો. अबને દુભાગી મધ્ય બિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને क મધ્યગા ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને इમાં છેદે તો Δ अइब માગેલો ત્રિકોણ છે]

૧૦૭ अब લીટીના ब બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી अकને ⊥ છે જો बक, bની આસપાસ ફરે તો अडના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૦૮. ∠कअब એક કાટખૂણો છે અને ∠कअब વચ્ચે કોઇ પણ બિંદુ डમાંથી डइ, डक લબ अक, अब ઉપર છે. તો જો (૧) डइ+डफ= ૫·૦ સેં. મી ને (૨) डइ–डफ=૨ ૦ સેં.મી હોય તો ड નું નિધાન કાઢો

૧૦૯. अबक Δમાં अब=૩·૨", अक=૪·૨" અને बक=૩ ૬"છે તો अब અને अकથી સરખે અતરે અને बकથી ૧ ૨' ને અતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. એવાં કેટલાં બિંદુ નિકળશે ? [અંતરે આવેલું બિંદુ શોધો

૧૧૦. પ્રશ્ન ૧૦૯માં अब,अकથી સરખે અંતરે અને ब,कથી સરખે

૧૧૧ પ્રશ્ન ૧૦૯માં ब,क થી સરખે અંતરે અને अથી ૧·૮" ને અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો, કેટલા બિંદુ નીકળશે ?

૧૧૨. अबक Δ માં ब, क અને क,अથી સરખે અંતરે આવેલુ બિંદુ શોધો [નોટ-આ બિંદુ Δની આસપાસના વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે]

૧૧૩ अबक Δમાં अब, अक અને बक, कअ થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો.

(નોટ—આ બિંદુ ત્રિકોણના અંતર્લગ્ન વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે.)

૧૧૪. **अब** ઉપર એક **प** બિંદુ ફરતું છે અને **क** એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. **पक**ને લંબાવતાં **कड=पक**, તો **ड**નું નિધાન શોધી કાઢો.

૧૧૫. પ્રશ્ન ૧૧૪ની મદદથી ∠**बअक** ની અંદરના **ड** બિંદુમાંથી એવી લીટી એક શાખાલીટી સુધી દોરો કે તે **ड** આગળ દુભાગાય.

૧૧૬. બે લીટી **अब, अक** ⊥ છે અને **प** બિંદુથી તેના ઉપર **पम, पड** ⊥ દોરી છે. જો (૧) **पम=२पड**; (૨) **पम=३ पड** છે તો **म**નું નિધાન કાઢો.

૧૧૭ એક આપેલા બિંદુથી આપેલા અંતરે અને બે આપેલી લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના ક્યારે બનશે? ક્યારે નહિ બનશે? ક્યારે બે રચના શક્ય છે?

૧૧૮. એક આપેલી લીટી ઉપર જેનું શિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉંચાઇ હોય એવો એક △ બનાવો

૧૧૯. એક સમદ્વિબાજુ △માં સરખી બાજુ ઉંચાઇથી બમણી છે તો △ બનાવો. [**अ**નું અંતર ૨ ૫ સેં.મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. **अबक**△માં ∠**अ**=૯૦° અને **अब**=૭ ૦ સેં.મી. અને **बक**થી

૧૨૧ એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ અને પાયાની સામેનો ખૂણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો [અર્ધું છે તો સમબાજુ ચતુષ્કોણ બનાવો.

૧૨૨. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે સામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી

૧૨૩. **अबकड** ટ્રાપિજયમમાં **बक**=૧૦ સેં. મી, **अब, कड**નું અંતર=૪ સે.મી, **अड**=૪·૫ સેં.મી. અને **बक**=૪·૨ સેં. મી. તો ટ્રાપિજયમ બનાવો.

૧૨૪. ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને દોરેલા લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે. (નોટ-બે લંબ દોરી, તેના છેદનબિંદુને ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધી બતાવો કે આ લીટી પણ તેને લંબ છે.)

૧૨૫. ત્રિકોણના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી એકજ બિંદુમાં મળે છે.

૧૨૬. ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

૧૨૭. **अ** બિંદુમાંથી **बक** સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે ∠**अबक** આપેલા ખૂણાની બરાબર ખૂણો કરે

૧૨૮. **अब, अक, अड** ત્રણ લીટીઓ **अ**માં મળે છે તો એવી

એક बकड આડી લીટી દોરો કે क આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૨૯. એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૩૦. ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૧. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૨. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી [હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૩. ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૪. ૨૪′ ઉંચાઇ અને પાયા આગળના ખૂણા ૪૦° અને ૬૦° હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૫. એક મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઇનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

૧. "અતિકાટખૂણ" એક કાટખૂણાથી મોટા પણ બે કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "અતિકાટખૂણ ખૂણો" કહે છે (Obtuse angle.)

૨. "અતિકાટખૂણત્રિકોણ." એક અતિકાટખૂણ જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને અતિકાટખૂણત્રિકોણ" કહે છે. (Obtuse-angled Triangle.)

૩. "અતિદ્વિકાટખૂણ." બેકાટખૂણાથી મોટા પણ ચાર કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "અતિદ્વિકાટખૂણ" (Reflex angle) કે "અંતર્ગામી યા રીફ્લેક્ષ ખૂણો" કહે છે. (Re-entrant angle.)

૪. "અર્ધ વર્તુળ." વ્યાસ અને વર્તુળના કાંસની વચ્ચેના ભાગને "અર્ધ વર્તુળ" કહે છે. (Semi-circle.)

૫. "અવચ્છેદક સિદ્ધતા." જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી રીતે ખોટો છે એમ બતાવવામાં આવે છે તેને "અવચ્છેદક સિદ્ધતા" કહે છે. (Proof of exhaustion.)

૬. "અંશ" એક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને "અંશ" કહે છે. અંશના ભાગને "કળા," કળાના ભાગને "વિકળા" કહે છે. (Degree.) [હોય તેને "અષ્ટકોણ" કહે છે. (Octagon)

૭. "અષ્ટકોણ." જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ અને આઠ ખૂણા

૮. "ઉદ્દેશ." સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને "ઉદ્દેશ" કહે છે. (General Enunciation,) [કહે છે. (Acute angle.)

૯ "ઉન કાટખૂણ." એક કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "ઉન કાટખૂણ"

૧૦ "ઉન કાટખૂણ ત્રિકોણ." બધા ખૂણા જેમાં ઉન કાટખૂણ હોય એવા ત્રિકોણને "ઉન કાટખૂણ ત્રિકોણ" કહે છે. (Acute angled T.)

૧૧ "ઉપસિદ્ધાંત". સિદ્ધાંતના ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા સિદ્ધાંતને "ઉપસિદ્ધાંત." કહે છે. (Corollary.)

૧૨. "એક કાટખૂણ પૂર્ણ ખૂણો". જો બે ખૂણાનો સરવાળો એક કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને "એક કાટખૂણ પૂર્ણ યા કોટિ ખૂણો" કહે છે. (Complementary angle.) [બિંદુગામી" કહે છે. (Concurrent.)

૧૩. "એક બિંદુ ગામી." જે લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તેને "એક

૧૪. "એક લીટી સ્થાયી". જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને "એક લીટી સ્થાયી" કહે છે. (Collinear.)

૧૫. "કક્ષા." આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને "કક્ષા" કહે છે. (Locus or Orbit.)

૧૬. "કર્ણ લીટી". સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી "કર્ણ" યા "કર્ણ લીટી" કહેવાય છે. (Diagonal; Hypotenuse.)

૧૭. "કળા" અંશના ૬૦ મા ભાગને "કળા" કહે છે. (Minute.)

૧૮ "કાટખૂણો". જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખૂણો "કાટખૂણો" કહેવાય છે. (Right angle.)

૧૯. "કાટખૂણ ત્રિકોણ". જે ત્રિકોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તેને "કાટખૂણ ત્રિકોણ" કહે છે. (Right-angled triangle.)

૨૦. 'કાટખૂણ પ્રલંબન યા પ્રોજેકશન". એક લીટીના છેડામાંથી

બીજી લીટી ઉપર જો લંબ દોર્યા હોય તો આ લંબની વચ્ચેના ભાગને પહેલી લીટીનુ બીજી ઉપર "કાટખૂણુ પ્રલંબન યા પ્રોજેકશન" કહે છે. (Orthogonal Projection.) (યા કૃત્ય સિધ્ધાંત" કહેછે (Problem)

૨૧ "કૃત્ય". જે સિદ્ધાતમાં કાંઇ નવું બનાવવું હોય તેને "કૃત્ય"

૨૨. "કોટિખૂણો". જુઓ એક કાટખૂણપૂર્ણ ખૂણો.(Acute angle)

૨૩ 'કોણ અંતર'. નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાંધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખૂણો કરે તેને 'કોણ અંતર" કહેછે (Bearing)

૨૪. "કૌસ". પરિધના કોઇ પણ ભાગને "કૌસ કહે છે. (Arc.)

૨૫. "ખંડ'. વર્તુળમાં આપેલા પરિધ સુધીની કોઇ પણ સીધી લીટી અને કૌંસની વચ્ચેના ભાગને "ખડ" કહેછે. (Segment of a circle.)

૨૬. "ખૂણો' જયારે બે લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને 'ખૂણો" યા "કોણ" કહેછે. (Angle)

૨૭. "ઘન વસ્તુ". જેને લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ હોય તેને "ઘન વસ્તુ" કહેછે (Solid) [" ચતુષ્કોણ" કહેછે(Quadrilateral.)

૨૮. "ચતુષ્કોણ". ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને

૨૯. "ચાપ". જુઓ કૌંસ. (Arc)

૩૦. "ચોરસ". જે લંબ ચોરસમા પાસે પાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને "ચોરસ" યા "સમચોરસ" કહેછે. (Square)

૩૧. "જ્યા." જે સીધી લીટી વર્તુળમાં રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને "જ્યા" કહે છે (Chord.)

૩૨. "ટ્રાપિજ્યમ". ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને "ટ્રાપિજ્યમ" કહેછે (Trapezium)

૩૩ "ત્રિકોણ". ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ત્રિકોણ" કહે છે. (Triangle.)

૩૪ "ત્રિજ્યા". વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને "ત્રિજ્યા" કહે છે. (Radius.)

૩૫. "ત્રિજ્યાચાપ". બે ત્રિજ્યા અને વચ્ચેના કૌંસની અંદરના વર્તુળ ના ભાગને "ત્રિજ્યાચાપ". કહે છે. (Sector) [કહે છે. (Decagon.)

૩૬. "દશકોણ." દશ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિ "દશકોણ"

૩૭. "દ્વાદશકોણ." બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "દ્વાદશકોણ" કહે છે (Duodecagon.)

૩૮. "દ્વિકાટખૂણ.". બે કાટખૂણાની બરાબર જે ખૂણો હોય, તેને "દ્વિકાટખૂણ" કહે છે. (Straight angle.)

૩૯. 'દ્વિકાટખૂણુપૂર્ણી ખૂણો." જ્યારે બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને "દ્વિકાટખૂણુપૂર્ણી યા ન્યૂનતાપૂરક ખૂણો" કહે છે. (Supplementary angle.)

૪૦. "નક્કર વસ્તુ", જેને લબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઇ યા ઉંચાઇ હોય પણ જે પોલી ન હોય તેને "નક્કર" વસ્તુ કહે છે. (Solid)

૪૧ "નવકોણ' નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "નવકોણ" કહે છે (Nonagon) [(Conclusion)

૪૨. "નિગમન." સિદ્ધાનના સમાપ્તિ ભાગને "નિગમન" કહે છે.

૪૩. 'નિધાન" કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમા જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનું "નિધાન" કહે છે. (Locus)

૪૪ "નિયમિત બહુકોણ." જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખૂણા સરખા હોય તેને "નિયમિત બહુકોણ' કહે છે. (Regular polygon.)

૪૫ "ન્યૂનતાપૂરક ખૂણો". જુઓ દ્વિકાટખૂણુપૂર્ણી. (Supplementary angle. [ભાગ" કહે છે. (Data, Hypothesis.)

૪૬. "પક્ષ', સિદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને "પક્ષ યા પક્ષ

૪૭. "પંચકોણ" પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ" કહે છે, (Pentagon)

૪૮. "પરિધ". જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને "પરિધ" કહેછે.(Circumference.) [મિતિ કહેછે (Perimeter.)

૪૯. "પરિમિતિ." કોઇ પણ આકૃતિની બાજુઓના સરવાળાને "પરિ

૫૦. "પહોળો ખૂણો". એક કાટખૂણાથી મોટો પણ બે કાટખૂણાથી નાનો હોય એવા ખૂણાને "પહોળો ખૂણો" કહે છે. (Obtuse angle.)

૫૧. "પહોળખૂણ ત્રિકોણ." કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો એક ખૂણો

પહોળો હોય તોતેવા ત્રિકોણને "પહોળ ખૂણુત્રિકોણ"કહે છે. (O. angled tri)

૫૨. "પાસે પાસેના ખુણા." એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખૂણાઓ "પાસે પાસેના ખણા" કહેવાય છે. (Adjacent angles.)

૫૩. "પ્રતીપ સિદ્ધાંતો." જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના "પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ" સિદ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse propositions.)

૫૪. "પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ". જે પ્રમાણની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને "પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ" કહે છે. (Axiom.)

૫૫. "પ્રતિજ્ઞા". કોઇ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની "પ્રતિજ્ઞા" કહે છે. (Enunciation.)

૫૬. "પ્રમેય સિદ્ધાંત". જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને "પ્રમેય" યા "પ્રમેય સિદ્ધાંત" કહે છે. (Theorem.)

૫૭. "બહુકોણ". પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "બહુકોણ" કહે છે. (Polygon)

૫૮. "બિંદુ." જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઈ યા ઉંચાઇ કોઇ પણ પરિમેય ન હોય તેને "બિંદુ" કહે છે. (Point.)

૫૯. "બેરિંગ." જુઓ કોણ અંતર (Bearing.)

૬૦. "મધ્યગા" કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી "મધ્યગા" કહેવાય છે. (Median)

૬૧. "મધ્યબિંદુ." વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું "મધ્યબિંદુ" કહે છે. (Centre)

૬૨. "મળતા આવતા ખૂણા." એકજ દિશા તરફ જતી બબ્બે લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના "મળતા આવતા ખૂણા" છે. (Corresponding angles.)

૬૩. "મીનીટ." જુઓ કળા (Minute.)

૬૪. "શાખાલીટીઓ". જે લીટીઓની વચ્ચે ખૂણો થયો હોય તેને

"શાખાલીટીઓ" કહે છે. (Arms of an angle.)

૬૫. "ષટ્કોણ" ૭ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ષટ્કોણ" કહે છે. (Haxagon.)

૬૬. "સમકેંદ્ર વર્તુળો." જે વર્તુળોનું મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને "સમકેંદ્ર વર્તુળો" કહે છે. (Concentric circles.)

૬૭. "સમચોરસ." જુઓ ચોરસ. (Square.)

૬૮. "સપાટ આકૃતિ." સપાટ સફાઇમાં આવેલી આકૃતિને "સપાટ આકૃતિ" કહે છે. (Plane figure.)

૬૯. "સપાટ સફાઇ" સીધી લીટીની બનેલી સફાઇને "સીધી યા સપાટ સફાઇ" યા "સમતલપૃષ્ઠ" કહે છે. (Plane Surface.)

૭૦. "સપ્તકોણ". સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "સપ્તકોણ" કહે છે. (Heptagon)

૭૧ "સમતલપૃષ્ઠ" જુઓ સપાટ સફાઇ. (Plane Surface.)

૭૨. "સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ" જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને 'સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ" કહેછે.(Isosceles triangle.)

૭૩. "સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ" જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી બાજુ હોય તેને "સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ" કહે છે. (Isoscles trapezium.)

૭૪. "સમબહુકોણ". જે બહુકોણમા સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખૂણાઓ સરખા હોય તેને "સમબહુકોણ"કહેછે. (Regular P)

૭૫. "સમબાજુ ત્રિકોણ". ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને "સમબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Equilateral triangle.)

૭૬. "સમાધાન સ્થિતિ". એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે તે રીત "સમાધાન સ્થિતિ" કહેવાય છે. (Superposition.)

૭૭. "સમાન્તર લીટીઓ". બે ગણુ લીટીઓ એકજ સફાઇમાં એવી રીતે હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ "સમાન્તર લીટીઓ" છે. (Parallel st. lines.)

૭૮. "સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ". જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ

સમાન્તર હોય તેને 'સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ" કહે છે (Parallelogram.)

૭૯. 'સમાપ્તિ". જ્યારે સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામાં આવે છે ત્યારે તેને "સમાપ્તિ" કહે છે. (Conclusion.)

૮૦. "સફાઇ". જેને લંબાઇ અને પહોળાઇ ફક્ત હોય પણ જાડાઇ યા ઉંચાઇ ન હોય તેને "સફાઇ" કહે છે, (Superficies)

૮૧. "સમ્મિતરૂપ આકૃતિ.' આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઇ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતાં જો બંન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી મળી જાય તો તેને "સમ્મિતરૂપ આકૃતિ" કહે છે, અને આવી લીટીને 'સમ્મિતરૂપ ધરી યા આંસ" કહે છે(Figure, and Axis of Sym)

૮૨. "સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ." જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઇ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને "સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ" કહે છે (Centre of Symmetry.)

૮૩. "સ્થાનોપરિ સ્થિતિ." જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને "સ્થાનોપરિ સ્થિતિ" કહે છે. (Superposition.)

૮૪. "સાધન". જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને નિષ્ધાંતમાં આકૃતિની સાથે સંબંધથી વર્ણવામાં આવે ત્યારે તેને "સાધન" કહે છે, (Porti. Enunci.)

૮૫. "સાધ્ય". સિદ્ધાંતમાં માગેલા ભાગને "સાધ્ય" કહે છે.

૮૬. "સાંકડો ખૂણો". એક કાટખૂણાથી જે ખૂણો નાનો હોય તેને "સાંકડો ખૂણો" કહે છે. (Acute angle.)

૮૭. "સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ". કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય તો તેને "સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ" કહે છે (Acute ang.T.)

૮૮. "સામસામેના ખૂણા". કોઇ પણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના "સામસામેના ખૂણા" કહે છે.(Vertically opposite angles.)

૮૯. "સામાન્યપ્રતિજ્ઞા" જુઓ ઉદ્દેશ. (General. Enuciation.)

૯૦. "સિદ્ધતા". સિદ્ધાંતમાં જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામાં આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે

જે સિદ્ધતા વાપરીએ તેને "સિદ્ધતા" કહે છે (Proof.)

૯૧. "સીધી લીટી." જે લીટી પોતાની આખી લંબાઇમાં એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને "સીધી લીટી" કહે છે. (St. line.)

૯૨. "સીધી લીટી આકૃતિ". જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને "સીધીલીટી આકૃતિ" કહે છે (Rectilinear fig.)

૯૩ "સીધી સફાઈ" જુઓ સપાટ સફાઇ. (Plane surface.)

૯૪ "સેકન્ડ" મીનીટનો ૬૦મો ભાગ. (Second)

૯૫. "સ્વીકૃત કૃત્ય." જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઇએ છીએ તેને "સ્વીકૃત કૃત્ય" કહે છે. (Postulate.)

૯૬. "રચના" સિદ્ધાતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને "રચના" કહે છે. (Construction.)

૯૭ "રીફ્લેક્ષ ખૂણો." જુઓ અંતર્ગામી ખૂણો. (Reflex angle.)

૯૮. "રૉમ્બસ." જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને "રૉમ્બસ" કહેવામા આવે છે. (Rhombus.)

૯૯ "લબ" એ લીટીઓ જો કાટખૂણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને "લબ" છે એમ કહેવાય છે, (Perpendiculer)

૧૦૦. "લંબચોરસ" જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તેને "લંબચોરસ" કહે છે. (Rectangle.)

૧૦૧. "લંબછેદનબિંદુ." ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનું "લંબછેદનબિંદુ" કે "લબ સંપાતબિંદુ" કહે છે. (Orthocentre.)

૧૦૨. 'લીટી." જેને ફકત લંબાઇજ હોય પણ પહોળાઇ અને જાડાઇ કોઇ પણ ન હોય તેને "લીટી" કહે છે. (Line.)

૧૦૩. "વક્ર આકૃતિ." વક્ર લીટીથી નિયમિત-થએલી આકૃતિને "વક્ર આકૃતિ" કહે છે. (Curved figure.)

૧૦૪. "વક્ર લીટી." જે લીટી પોતાની લંબાઇમાં એક બિંદુથી બીજા

બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને "વક્ર લીટી" કહે છે.(Curved line.)

૧૦૫. "વક્ર સફાઇ". વક્ર લીટીની બનેલી સફાઇને "વક્ર સફાઇ" કહે છે.(Curved Surface.)

૧૦૬. "વર્તુળ," આકૃતિ કે એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટીનું અંતર હંમેશાં એકજ રહે તો તે આકૃતિને "વર્તુળ" કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો "પરિઘ" કહે છે. (Circle.) (circumfe.)

૧૦૭. "વિકળા". કળાનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

૧૦૮. "વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા,". જુઓ સાધન (Particular Enunci.)

૧૦૯. "વિષમકોણ". જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખૂણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ "વિષમ કોણ" કહેવાય છે. (Irregular figure.)

૧૧૦. "વિષમ ચતુસ્ર." જુઓ રોમ્બસ (Rhombus.)

૧૧૧ વિષમ બહુકોણ." જે બહુકોણમાં બાજુ યા ખૂણા બરાબર ન હોય તેને "વિષય બહુકોણ" કહે છે.(Irregular Polygon.)

૧૧૨. વિષમબાજુ ત્રિકોણ." જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુઓ અરસપરસ બરાબર ન હોય તેને "વિષમબાજુ ત્રિકોણ' કહે છે (Scalene tri)

૧૧૩. "વૃત્ત ખંડ." વર્તુળમાં બે ત્રિજ્યા અને તે ત્રિજ્યાની વચ્ચે આવેલા કૌંસની વચ્ચેના ભાગને "વૃત્ત ખંડ" કહે છે.(Sector.)

૧૧૪. "વ્યાસ." વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાં થઇને પરિઘ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તે "વ્યાસ" છે. (Diameter)

૧૧૫. "વ્યાસ ચાપ." જુઓ અર્ધવર્તુળ. (Semi-circle)

૧૧૬. "વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો." જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Converse Propositions.)

ભૂમિતિ ૧લો ભાગ સમાપ્ત.